

謝佳叡 (2014)。
中學數學實習教師之學生參與概念心像探究。
臺灣數學教育期刊, 1 (2), 1-24。
doi: 10.6278/tjme.20140904.001

中學數學實習教師之學生參與概念心像探究

謝佳叡

國立臺灣師範大學數學系

本研究試圖從數學教學概念心像的角度，探討中學數學實習教師在面對數學教學問題時，所展現出的教學決策與其背後認知結構。在各個不同的教學面向中，本文從學生參與面向出發，檢視中學數學實習教師在面對教學問題時所喚起之數學教學概念心像，以及其與教學決策之間的關聯。研究資料收集主要採用問卷調查方式，研究樣本則採方便取樣對 2009 年 1 月之臺師大數學實習教師進行普測，共計回收有效問卷 62 份。資料分析方式主要採取內容分析、歸納分析等方法。研究的主要發現包含：一、臺灣中學數學實習教師在學生參與面向概念心像的自發展現中，主要呈現讓學生專注課堂、讓學生自主學習，以及教學生活化等三種類型。二、對於學生參與的程度與方式，實習教師首重於學生的情感參與，在作法上則多偏向將課程與生活做連結。三、在含教學情境問題方面，半數以上的實習教師在新概念引入教學上展現出學生參與的心像，其中又以情感參與為主；而在學生不專心上課的處理上，大多數的實習教師則與行為參與產生聯繫，其次才是情感參與，此現象也反映出不同的教學情境將喚起實習教師不同的學生參與心像。研究也發現多數展現學生參與心像的實習教師也經常伴隨著其他面向的概念心像，尤其在學生情意面向心像與教學方法面向。

關鍵詞：學生參與、數學教學概念心像、數學實習教師

通訊作者：謝佳叡，e-mail：lyz@abel.math.ntnu.edu.tw

收稿：2013 年 10 月 5 日；

接受刊登：2014 年 9 月 4 日。

Hsieh, C. J. (2014).

Mathematics intern teachers' concept images for mathematics teaching: The aspect of student engagement.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 1(2), 1-24.

doi: 10.6278/tjme.20140904.001

Concept Images for Mathematics Teaching of Mathematics Intern Teachers: The Aspect of Student Engagement

Chia-Jui Hsieh

Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

While observing teachers working, we found that they must make numerous decisions in managing the teaching situations that can occur within only a few moments. Based on the concept image for mathematics teaching (CIMT), this study investigated the bases on which secondary school intern teachers of mathematics in Taiwan choose certain strategies when engaging in teaching tasks, and examined the cognitive structure of the responses. This paper addresses student engagement in the mathematics classroom and the type of CIMT that is evoked when mathematics intern teachers engage in tasks related to mathematics instruction. We found that (a) through various teaching concepts, most intern teachers seldom spontaneously evoke the concept images of student engagement; (b) most intern teachers lay particular stress on students' *emotional engagement* and their connection between the curriculum and real-life experience; and (c) in practical teaching situations, intern teachers emphasize *emotional engagement* when introducing a new concept, but emphasize *behavioral engagement* when students do not concentrate in class. This study also established that most intern teachers who evoke the image of student engagement generally evoke the image of student affection and the image of teaching methods at the same time.

Keywords: student engagement, concept image for mathematics teaching, mathematics intern teacher

壹、前言

一、研究動機與背景

學校教育的核心在於教師的「教」與學生的「學」所構成之認知活動，而在這個複雜的歷程中，教師扮演著帶領此一認知活動的靈魂人物，透過各種教學方法、技巧，將各種教學理論與經驗加以實踐，以促使學生達到預定的學習成效。Atkinson (1965) 認為個體對於人、事、物都具有追求成功的傾向，因此在教學過程中，老師需要不斷地因應各種教學情況做出適當的決策，我們也相信在教師的決策過程中，教師們不會隨機地選擇策略，而是採取一些他們認為有效、能成功的決策來面對這些狀況。如此，我們不免要問：教師們決策背後是否有特定的心理機制？而這個機制和實際的決策之間的運作又有何關連？

自從學科教學知識 (Pedagogical Content Knowledge, PCK) 這個概念被提出後，許多學者紛紛提出關於教師知識的理論，並試圖透過這些理論與模型來解釋教師知識對教師實際教學的影響 (例如：邱美虹，1997；Cochran, DeRuiter, & King, 1993; Griffin, Dodds, & Rovegno, 1996; Grossman, 1991; Niess, 2005; Shulman, 1987)，然而，這些理論並沒有對於「為何同一位教師對於相同的教學問題會有截然不同的決策？」提出解釋，也因此有些學者對於老師是否是以教師知識來面對教學問題持有不同的意見。Ernest (1989) 就直接指出：「教師的知識固然重要，單用知識卻不足以解釋教師之間的差異」，這樣的說法也間接指出教師教學決策的產生仰賴於知識以外的認知形式，實務上也經常發現教師所使用作為教學行為依據元素無法被歸於教學知識。

論及教師教學決策，很容易讓人聯想到教師教學思維。林進材 (1997) 認為教學決定與判斷都屬於教學思維的範疇；林福來 (1997) 則在「教學即解題」的前提下，將數學教學思維描述為解決教學問題的認知過程，亦即認為教學問題是引發教學思維反應的刺激。謝佳叡 (2001) 則在此基礎上將教師的教學思維運作視為一種實踐教學任務的解題思維，所連結的元素就是教師的既有概念、方法、思維。若綜論上述諸說法，不難推知教師因教學問題刺激而所引發用來充當教學思維運作的元素，可能即為教師教學決策的主要依據。如此，我們所關心的問題便可轉換成：當教師遇到教學問題時，最先進入思考工作區的是什麼？

關於這個問題，Tall 與 Vinner (1981) 所提出的「概念心像 (concept image)」或許提供了一個思考的方向，他們主張：「多數的學生在一開始接觸問題時，最先進入思考工作區的是相關的概念心像，而不常使用概念定義。」Vinner (1983) 補充說明道：「從思維上看，首先被喚起的幾乎總是概念心像。」Vinner (1991) 並進一步闡述：「當我們看到或聽到某個概念的名稱時，它會對我們的記憶區產生刺激，並且在我們的記憶中引出某些東西，儘管這個引出的東西有它的定義，但通常不會引出定義，而是概念心像。」從這些觀點看，當學生解決數學問題時，數

學概念心像扮演著重要的參考角色；相同的，我們也想知道，教師們在解決數學教學問題時是否也有類似的數學教學概念心像來扮演同樣的角色呢？

若將「數學教學」視為一門專業領域，則此領域同樣存有許多「數學教學概念」，這些教學概念不見得形成概念定義，但教師們多半對於這些教學概念存有概念心像。據此，本研究便試圖從數學教學解題的觀點，將 Vinner 的「概念心像」想法從學生(學習者)的「數學解題(problem solving in mathematics)」類比到教師的「數學教學解題(problem solving in mathematics teaching)」上，亦即假定當教師們遇到數學教學問題時，相對應的概念心像會被喚起並進入思考工作區以做為教學問題解決的參考依據，本研究稱此概念心像為「數學教學概念心像(concept image for mathematics teaching)」。根據這樣的理念，本研究假定數學教學概念心像是教師的進行教學決策的重要依據元素，因此經由對教師教學概念心像的瞭解能為其教學決策依據提供一個新的觀點。

本文的主要工作即是對教師的數學教學概念心像進行考察，研究對象則專注在中學數學實習教師(以下簡稱為「實習教師」)。由於數學教學概念這個集合的元素、屬性與範疇於學界仍沒有定論，因此本研究並非在特定的數學教學概念上探討教師展現出什麼概念心像，而是藉由教師對於數學教學問題之反應，再透過幾個特定的「數學教學概念心像面向」作為觀察的角度，藉以考察實習教師在這些問題上所展現出的概念心像。在諸多面向中，學生參與面向在新世紀後受到許多研究的重視，不論在量的產出或是研究取向，都有明顯的增加，關於學生參與的理論與測量方法在新世紀後受到廣大的關注，因此本文從「學生參與面向」出發，試圖透過幾個教學問題，探索實習教師對於學生參與心像的展現，以及學生參與面向之心像與其他教學面向的關聯。

二、研究目的與問題

本研究的主要目的是透過中學數學實習教師在面對數學教學問題時，所產生的教學反應與處理想法，探討這群實習教師的數學教學概念心像。由於數學教學概念心像的探索在數學教育研究議題上仍屬於待開發階段，受限於篇幅之故，本文從「學生參與面向」的角度報導相關研究發現，並針對研究目的列出兩個較大方向的待答問題：

- (一) 中學數學實習教師在面對教學問題時，在學生參與面向上會產生什麼數學教學概念心像？
- (二) 中學數學實習教師在學生參與面向的概念心像與其他面向之間有何關聯？

在研究進展過程中，本研究將會對上述的研究問題保持調整彈性的空間，對符合研究目的而新浮現的現象，也以開放的態度面對。下一節將更詳細描述本研究所採用的理論架構，並進一步描述本研究對於數學教學概念心像與學生參與的界定與參考文獻。

貳、文獻探討與理論架構

本研究假定，對於數學教學，每位教師都擁有許多自己的「數學教學概念」，當老師在課堂上遭遇某個教學問題時，情境會對教師產生刺激，繼而教師從腦海中喚起「某些東西」來處理這個教學問題。此認知結構在學生之數學解題上的情況被 Tall 與 Vinner (1981) 稱為「概念心像」，並針對這個構念提出進一步解釋：

「我們使用概念心像這個詞來描述那些跟概念相關聯的所有認知結構，包含所有的心靈圖像 (mental picture)、以及相關的性質與過程。它是經年累月透過各式各樣的經驗建構起來的，並隨著個體遇到新刺激或成熟而產生變化。」(Tall & Vinner, 1981, p. 152)

針對「心靈圖像」一詞，Vinner (1983) 特別做出說明，並闡述了心靈圖像與概念心像的從屬關係：

「若 C 表示某個概念，而 P 代表某個人，則 P 對 C 的心靈圖像係指在 P 的腦中所有與 C 相關聯的所有圖像的集合。在此使用的圖像 (picture) 是十分廣義的，它包含這個概念的任何視覺表徵 (甚至符號)。……除了心靈圖像，也包含在 P 的腦中與這個概念相關的性質。……這些性質連同心靈圖像的集合就稱做概念心像。」(Vinner, 1983, p. 239)

Tall 與 Vinner (1981) 認為，定義本身大多以文字形式展現，且有嚴密的邏輯要求，但是人腦並非是純然邏輯的實體，它的運作方式常與數學的邏輯相左，讓我們產生洞察力的也經常不是文字型的嚴密定義，而是與概念相關的各種認知結構 (包含心靈圖像)，這也是他們提出概念心像想法主要源由。

類似的，本研究認為教師在面對數學教學問題時，也會喚起「數學教學概念心像」(在不產生混淆下，本文也簡稱「概念心像」) 來處理問題。而這個類比的合理性，則來自於概念心像這個想法被提出之際，其主要的描述對象是學生在解數學題時所產生的「與數學概念相關聯的認知結構」；同樣的，我們假定教師在思考數學教學問題時，用的亦是「與數學教學概念相關聯的認知結構」，而數學教學概念同樣亦隸屬於概念的一種。

儘管如此，我們仍必須考量「數學教學概念」與「數學概念」兩者特性上的差異。相較於數學概念，數學教學概念的界定更為模糊，表徵形式也更脫離圖像的形式，甚至其表現上僅是一種與數學教學相關的理論或實務知識，不像數學概念有明確文字定義、式子或圖形表徵形式。

由於數學教學概念此一集合名詞的屬性與範疇仍沒有定論，因此本研究並非直接探討教師在某個特定的數學教學概念上展現出什麼概念心像來，而是透過幾個特定的「數學教學概念心像面向」檢視教師對於教學問題所展現的概念心像。在面向的選擇上，本文主要參考謝佳叡（2011）所規劃的八個面向，包含學生知能、學生情意、學生思考、學生參與、教學方法、教學表徵選擇、教學期望和數學傳遞等，作為分析與探討的依據，並聚焦在職前教師在學生參與面向，以及此面向與其他教學面向的比較與交互關係。

另一方面，由於數學教學概念心像無法直接被觀察到，因此在研究設計上，本研究透過教師對於數學教學問題的反應加以推測。根據 Tall 與 Vinner（1981）的說法，在特定的時間內，只有部分的概念心像會被活化（*activated*），換言之，當個體被要求對某個問題加以說明時，隨著問題情境的不同會喚出個體心智中最為活化的認知結構來描述此問題。Vinner（1983）稱那些由個別情境喚起的概念心像為「應時性概念心像（*temporary concept image*，本文簡稱「應時心像」，本研究以「應時性」譯之乃取其「因應當時情境而生」之意）」，並相信個別情境只會啟動部份適當的概念心像元件（*cell*）；另一個相對於應時心像的構念則被稱為「常駐性概念心像（*permanent concept image*，本文簡稱「常駐心像」）」，常駐心像是指常駐於教師腦中的概念心像，好比是教師的概念心像資料庫，是教師所能夠喚起或浮現之概念心像的最大可能集合。由於學界對於教師們的數學教學概念心像類型仍所知有限，且單一研究很難提供各類的問題情境來探測到教師的各類型的概念心像，因此在作法上本研究將整體的樣本教師視為一個分析單元（*unit of analysis*），對整體樣本教師所展現出的概念心像類型進行瞭解。

本研究之理論架構主要根據謝佳叡（2011，頁 56）發展出的架構，這個架構包含五個部分，分別是教學情境維度、教師教學決策、數學教學概念心像面向、一般情境與特殊情境所喚起的數學教學概念心像等，並選定學生參與部分加以報導。要瞭解概念心像必須對其相對應的概念有所掌握，因此對於學生參與概念，本研究將之描述成「教師關於學生教師教學歷程中之活動參與、投入、關注程度之概括性認識」，舉例來說，學生在課堂上運用某種學習策略、學生投入課堂的動機與情緒、學生參與課堂活動的專注與投入程度、學生在課堂上發言或主導比重、…等皆屬於學生參與概念的範疇，並以此為基礎進行文獻考察。

關於學生參與的研究最早可回溯到上個世紀 60 年代，教育學者 Jackson（1968）將學生在課堂上的參與和其課程經驗結合起來，並進行系統性的研究，但當時「課堂參與」一詞尚未成為研究上的特定概念。到了 80 年代先期，關於學生參與大都聚焦於學生參與課堂的時間比例上（Chapman, 2003），同樣的，當時仍沒有研究將「學生參與（外文使用的詞彙為「*student engagement*）」視為一個構念做出共識性的界定或提出其測量的方式（Mosher & MacGowan, 1985）。一直到了 80 年代末期，學生參與才首次形成一個研究上的構念，其內涵與類型也逐漸

成為許多研究關注的議題，如 Meece、Blumenfeld 與 Hoyle（1988）從學生目標導向的觀點提出「認知參與」的概念；Connell（1990）則提出了學生的情感參與變量；就連 National Council of Teacher of Mathematics（NCTM，1991）在制訂數學教學的專業標準時，對於數學教師的教學知識分類也將「促進課堂交流和培養數學集體意識方法」列入教師知識的重要觀察面向。至此學界對於學生參與的面向大至已具體成形，大抵來說，學生參與在研究上可以分成認知面向、情意面向與實際課堂的行為交流面向。

1990 年以後，關於學生參與的研究大都以學生之認知參與（cognitive engagement）、情感參與（emotional engagement）、行為參與（behavioral engagement）等三個類型為基礎（孔企平，2003）。舉例來說，Newmann（1992）認為學生參與應包含學生的心理投入，並認為學生的認知參與和情感參與是學生參與的實質內涵；Erickson 與 Shultz（1992）則認為學生完成課程的經驗可以分成社會聯繫（social relational aspect）與學科（subject matter aspect）兩個面向，前者涉及學生與老師或學生與學生之間的互動，而後者是學生與教材的互動。而在這些研究中，有許多研究專注於單一類型上。在認知參與方面，Pintrich 與 Schrauben（1992）即將研究焦點放在認知參與上，他們對學生認知參與提出了描述，並認為學生在課堂中的認知參與應包含學習策略之元素；而 Meece 等人（1988）則從學生目標導向的觀點，認為學生認知參與應包含學生的認知策略與自我監控。可以發現，學習策略的形成是這些學者主張的共通點，也因此本研究在捕捉認知參與概念心像時會檢視是否形成學習策略。此外，Meece 等人（1988）也認為可以依據學生參與層次進一步將學生認知參與分成積極參與（active engagement）和表面參與（superficial engagement）；而 Biggs（1987）則從學生學習取向界定了三種學生學習策略，並認為從學生認知參與的角度，這些學習策略都可分成的表層取向（the surface approach）與深層取向（the deep approach），這些關於學生認知參與的界定與分類對於本研究的資料分析上有極大的幫助。

在情感參與方面的研究則多數與學生學習動機有關，如 Skinner 與 Belmont（1993）認為學生的情感參與包含了課程中興趣、快樂、憂慮和憤怒等四種情感上的體驗，而 Connell（1990）則認為學生的情感參與的變量有六個要素：孤僻、參與、遵守規範、順從、革新、反叛。孔企平（2003）則整理這些學者所提出的要素，將情感參與分成積極情感、消極情感與遵守規範三類，其中積極情感參與係指趨於正向的情感，如有興趣、樂於參與等，消極情感則為負向情感，如反抗、憂於參與等，而遵守規範則屬介於正向與負向之間的一個中性向度。

在行為參與研究方面，許多研究將行為參與視為一種課堂參與的型式，包含了學生在課程中可以被實際觀察的外顯行為（孔企平，2003）。Nystrand 與 Gamoran（1991）將則學生參與分成程序性參與（procedural engagement）與實質性參與（substantive engagement），前者就是指行為參與，而後者包含了學生認知上的投入，Nystrand 與 Gamoran 並進一步提出，只有當學生有

實質行參與時才與高層次的思維有關，言下之意，行為參與與學生高層次的思維是有鴻溝的。關於行為參與的分析，Miserandino (1996) 所提出的行為參與六個要素：參與、堅持、逃避、茫然無助、參加討論和專注力；而 Patrick、Skinner 與 Connell (1993) 在探討行為參與中關於教師處理手法時，以該手法對於學生行為參與是否有積極的介入與作為作為判別準則，這些研究給本研究提供好的參考。

進入新的千禧年後，關於學生參與議題的研究進入一個新的風貌，許多關於學生參與的理論與測量方法在新世紀後紛紛被提出（如 Appleton, Christenson, & Furlong, 2008; Carini, Kuh, & Klein, 2006; Carter, Reschly, Lovelace, Appleton, & Thompson, 2012; Glanville & Wildhagen, 2007; Smith, Sheppard, Johnson, & Johnson, 2005; Taylor & Parsons, 2011），2012 年甚至出版了「學生參與研究手冊」（Christenson, Reschly, & Wylie, 2012），將最新關於學生參與的研究做一個整理與回顧，可見此議題所受的關注程度。這些研究雖不一定是針對數學學科，但所關注的學生參與類型大多離不開認知參與、情感參與、行為參與等三個方面的範疇（Attard, 2013; Fredricks, Blumenfield, & Paris, 2004），對於本研究在實際的分析上，都提供許多參考價值。

參、研究設計與方法

一、研究過程與對象

本研究過程大致分成確定研究議題、文獻探討與提出研究架構、發展研究工具、進行預檢並修正研究工具、正式收集資料，以及資料分析與報導等六個階段。研究設計主要依據質性的研究方法進行，並輔以簡易的描述性統計。研究之資料收集主要是透過問卷方式。研究的各個階段都有以數學教育專長學者組成的焦點團體定期參與研究討論，以確保研究問卷之信、效度與評分者信度。

本研究對象設定為中學數學實習教師，樣本選取方式採方便取樣，目標樣本是對國立台灣師範大學 2009 年 1 月參加中學數學教育實習的 74 位實習教師進行普測，並於樣本教師最後一次返校座談活動進行正式調查，因此接受考察時這些實習教師已具有將近六個月的教育實習經驗。在問卷填寫過程中，參與者被要求彼此之間不得彼此交換意見，填寫者完成者另有回饋獎勵，最後共計回收有效問卷 62 份，達目標樣本的 84%。

二、研究工具介紹與資料分析

原始問卷題本共由 16 個題目組成，包含 9 個不同的教學情境的題組題（合計 28 小題）與 7 個不含教學情境的開放式問答題組，問卷設計是以本研究之理論架構為基礎而設計，問卷題本透過焦點團體（專家）加以確認其內容效度。為了確保問卷題目的語言敘述、形式不致產生疑義，我們另先對 23 位即將成為實習教師的大四職前教師進行預檢（pretest），並針對預檢結果

進行問卷的修正與調整。由於本文關注於學生參與面向的概念心像，因此我們將問卷中的四個調查項目抽離出來進行分析報導，值得一提的是，儘管其他的問卷題目也會反映出教師的學生參與概念心像，本文為使報導清晰單純，非來自四個項目的分析結果將不納入報導中。這四個項目為：

- (一) 對於數學教學你有什麼看法？（問卷第十大題）
- (二) 在數學課堂中，你對於學生參與的程度和方式有何看法？（問卷第十二大題）
- (三) 一般而言，教一個新的概念，前兩分鐘你會做什麼？（問卷第一大題 A 小題）
- (四) 假如你發現上課時，全班雖然都很安靜，但很多同學不專心，請問你會做什麼處理？為什麼？（問卷第一大題 C 小題）

其中，項目 1 是從最開放的角度探索實習教師對於數學教學是否會自發性呈現學生參與面向的概念心像？若有，又是呈現哪些類型？學生參與面向和其他面向的心像在數學教學的一般性敘述下被活化的情況為何？項目 2 則是檢視實習教師對於學生參與方法與其他教學概念面向的關聯。項目 3、4 則是在新概念引入教學與解決教學問題之教學情境的問題下，檢視實習教師面對新單元的啟蒙以及學生很安靜但不專心的情境時，產生的教學概念心像中，學生參與面向的心像又展現出什麼特性或類型。

在資料處理上，本研究採取的分析方式是依據 Patton (1995) 建議之「內容分析」、「歸納分析」等質性分析方法，依實習教師的描述資料進行主要組型之確認、編碼和分類。在形成組型的實際作法上，本研究以謝佳叡 (2011) 發展的數學教學概念心像面向來整理這些教師之數學教學概念心像表述。在實際的資料分析上，則由研究者先針對實習教師所展現的組型進行編碼與分類，再同焦點團體檢視編碼與分類的適當性。而在學生參與面向的編碼方式上，本研究依據前一節所提之類型先確認實習教師所展現的概念心像隸屬於認知、情感或行為參與中的哪一個類型，再根據所展現的組型進一步做細分。而在教學情境項目的分析上，由於實習教師的回應經常偏向教學手法或策略，因此本研究進行分析時，除了粗分認知、情感與行為參與三個類型作為分析基礎外，分析上也參考相關文獻研究進一步對學生參與加以分類，所參考之相關研究概述如下：

在認知參與方面，本研究參考 Pintrich 與 Schrauben (1992) 提出的說法，認知參與應包含學生的學習策略，也檢視實習教師是否試圖讓學生參與數學知識；而在學生學習策略的型式上，本研究則參考 Biggs (1987) 的表層取向與深層取向分類，其中為了資料分析的適切性，本研究對於淺層取向的認定則採取學生以較簡單、直接、且對於教材掌握也不深刻的學習方法；反之在深層取向認定則採取學生的學習策略較容易與高層次的數學知識聯繫。具體的說，如老師的教學行動中有試圖讓學生進行思考、批判、對照、理解等高層次的參與活動，則視為教師試圖

讓學生進行深層的認知參與；若教師是讓學生進行記憶、回憶、觀察、聽課等則視為淺層參與。

在行為參與方面，本研究主要參考 Patrick 等人（1993）對行為參與的說法，將實習教師的決策分成「積極作為」與「消極作為」兩種，其中積極作為是指教師的作為能主動驅動學生參與教學活動或讓學生被迫將注意力轉移到課堂；而消極作為是指教師的作為僅改變自己教學或是僅是間接地驅動學生的活動參與，對於學生參與教學活動無法具有強制性與立即性。而在情感參與方面，本研究則參照 Skinner 與 Belmont（1993）的說法，將實習教師的情感參與分成正向與負向兩類，正向係指教師將學生的作為會將學生推向興趣、快樂的參與上，負向則只教學生推向憂慮、憤怒。另孔企平（2003）在情感參與的要素另添增了介於正向與負向之間的一個向度：遵守規範，本研究也予以納入。

肆、結果與討論

本小節將依各個項目的結果加予以報導，本研究將整體教師視為一個分析單元，以檢視這群樣本教師在不同問題中所展現出的概念心像類型（category），但由於本研究所得類型皆來自對個別教師反應的分析、歸納而得，因此報導結果時也列舉部分個別教師之實際反應以為佐證（為資料呈現上的方便，本研究以 FT # 代表「編號 #」的實習教師）。其中，項目 1、3、4 是分別從對數學教學的整體敘述與兩個含有教學情境的刺激下，檢視學生的參與面向心像與其他面向心像的活化的情況，並進一步檢視學生參與面向心像展現出什麼特性或類型，因此報導呈現（表 1、3、4）會分別呈現八個面向的展現，以便於呈現各面向的活化程度概廓。項目 2 則直接從學生參與面向切入，主要是檢視實習教師對於課堂上學生參與程度與方法的心像，同時也探討其學生參與面向心像與其他面向之間的關聯，因此表 2 呈現僅呈現其他七個面向的展現。

一、實習教師是否自發性的展現學生參與？

在項目 1 對於數學教學的看法上，本研究發現 62 位的實習教師在八個數學教學概念心像面向上，平均展現 2.87 個面向，個別教師最多展現出 6 個面向，最少也有 1 個面向展現。由於本項目僅讓實習教師針對數學教學提出看法，未提供任何其他訊息提示，因此實習教師的回答可視為數學教學概念心像的自發性展現。由此觀之，實習教師自發性地展現出學生參與面向心像的人數僅約占全體樣本的 22.6%，比例低於多數其他概念心像面向（見表 1）。此結果顯示，實習教師對於數學教學整體看法中，學生參與並不是經常被主動喚起的數學教學概念心像。

表 1

實習教師關於「數學教學」展現各概念心像面向的人數與百分比

數學教學概念	學生	教學	數學	學生	學生	學生	教學	表徵
心像面向	情意	期望	傳遞	知能	思考	參與	方法	選擇
自發展現人數	35	32	31	24	15	14	14	13
占全體樣本百分比(%)	56.5	51.6	50.0	38.7	24.2	22.6	22.6	21.0

儘管自發性的展現並不多，但也表示學生參與面向的心像對這些教師來說有一定的強度。本研究也注意到，這些實習教師之學生參與概念心像可粗分成兩類，一類則是期望學生將心思放在課堂活動上，亦即在乎學生是否投身課堂活動（包含專心聽課），而提到類型多數在**情感參與與行為參與**上。另一類則是期望學生在課堂的思考能與數學知識產生交流，提到的類型則屬於**認知參與**，參與課堂活動並不保證參與數學，但參與課堂活動往往是學生能否參與數學知識的重要因素。

儘管實習教師自發性喚起學生參與的比例不高，但這些展現學生參與心像的實習教師仍呈現出三種類型來。

類型一：教學要吸引學生的注意力與專注力

關於數學教學，許多實習教師對於學生參與面向投射出了一種數學教學要「吸引學生注意力」的心像，特徵十分鮮明。數學教學不像商場的貨品可透過包裝來吸引顧客注意，顧及數學的抽象、理性特質，許多實習教師認為需要對數學教學進行特別安排以便能吸引學生注意。而對於吸引學生注意，這些實習教師展現的心像並非是透過輕鬆有趣的笑話、故事的方式吸引學生，相對的，這些實習教師喚起注意的方式是在課程安排本身。例如，FT1 提到數學教學應該「用教具吸引學生的注意力」；而 FT27 也提出：「許多學生都不甚喜歡數學這個科目，所以老師為了吸引學生注意力而在課程安排上做較有趣的編排。」，這些實習教師都是在數學課程方面的安排，而非譁眾取寵方式。

若再細分，這類的回答代表兩種不同吸引學生注意的形式，一個是從數學內容外部著手（如教具、教學法等），另一個則是走入數學內容的心理層次（如課程順序、內容生活化等）。但不論是使用教具，或是在數學內容上加入一些有趣的元素，都只能捕捉學生的注意力，因此這個目標是過渡且短暫的，持續讓學生具有專注力才是長遠的。FT27 說的清楚：「先讓學生專注在課堂上再教導觀念。」亦即教導觀念才是主體，吸引學生注意只是階段性，因此，要讓學生持續具有專注力，才能真正達到教學成效。又如 FT29 指出，「[數學教學]能生動就生動點，很容易上著上著就枯燥了。讓學生在上課中多練習，專注力才不易跑掉。」這個心像展現出一種「源

頭活水」的教學動能，一種藉由持續不斷的活力來驅動著學生參與課堂，而使用的活水就是不斷提供練習的機會。而 FT38 展現的是另一種觀點，他說：「由生活方面的實體說明，真的能讓學生有高度專注力」皆可看出教師所展現對專注力的重視，也呈現實習教師多樣的心像。

類型二：教學需關注學生學習的自主性與互動性

實習教師對於學生參與的另一個關注點則展現在學生學習的主動性與互動性上。「參與」本身就有融入團體或活動的意涵，因而不論是主動參與或被動參與，先決條件是有一個動機或環境來吸引或驅使學生融入課堂，FT62 就提到：「老師上課的風格和班上風氣的配合很重要，配合良好也較容易引起學生興趣與主動學習的習慣」，可見除了數學因素之外，教師還喚起另一種讓學生「進入數學」的心像，其中還包含數學認知意義與數學教學技巧。他們認為教師應經常藉由讓學生有興趣的教學活動或使用學生必須參與活動的教學法，來製造學生融入課堂融入數學的機會，因此此類學生參與心像經常伴隨著教學方法的心像，例如：指定學生上台、學生分組討論、拋問題問學生等。

當前台灣的數學教學仍以教師講述為主流，而講述式教學法常為人指出的缺失就是教師單向式教學，學生缺乏探索與操作的機會，相對也就缺乏學習的自主性與互動性，因此這一類型的教師某種程度也是對於教師講述的提出反思，如 FT10 就認為數學教學重在：「培養學生相互討論的風氣。可適時利用趣味數學遊戲和活動提高學生學習的動機。」；FT16 也認為：「單純的教數學，可能令學生感到無聊，因此應多做一些互動...」這些說法都表現出實習教師對於學生互動的重視。FT7 的說法十分道地的反映出這種感覺，他說：「教學要想辦法引起學生共鳴，不然就變成自己在算數學了。」「共鳴」是一個物理概念，而「引起學生共鳴」卻是一個教學概念，利用數學遊戲和活動來提高學生興趣可能僅能將學生的心思帶到課堂，而這個心像隸屬於學生的課堂參與，未必能真正帶領學生參與數學思考。而讓學生相互討論相對下卻能兼備課堂參與與數學參與，亦即教學方法中帶有強烈學生參與的意涵。學生相互討論是由學生來主導參與形式，他們透過相互討論、理解、爭辯，最後取得共識並發表，展現出學習的自主性，由學生自主學習也容易產生與數學的互動。講述教學並非不能達到學生與數學的交流，而是必須克服學生與數學、學生與教師的雙重隔閡，難度自然提升。

類型三：教學需注重生活連結與情意，讓學生願意親近、自然親近數學

上述 FT62 的「教師配合」也揭露出另一個情意成分的意涵，亦即將「引起學生興趣」與「主動學習」聯繫在一起。不可諱言的，興趣和參與經常被放在一起思考，興趣也被視為參與的動力來源，之所以呈現相輔相成的關連主要在於興趣本身所產生的內在趨向力，而此趨向力正可提供學生的參與內在動機，讓學生展現出願意接觸、親近數學的自然性。FT14 認為數學教學要「讓他們自然地接觸數學，喜歡數學。」；FT54 也認為數學教學「在教學態度上要盡量放輕鬆，

讓學生至少願意接觸數學。」；FT42 更直接覺得數學教學：「要讓學生覺得數學是可以親近的，他才去接觸它，嘗試去了解它。」這些實習教師都將接觸數學、親近數學當成教學的目標之一，也展現出這些實習教師對於「教學態度放輕鬆」有助於學生參與的心像，這個抽象的想法是否能更務實的達成？

實習教師對於學生參與的務實心像之一，就是讓數學教學生活化，這除了有一個表徵的選擇外，同時也反映出認知面向的心像。以 FT33 來說，他認為：「讓大家可以跟生活結合，且利用有效的方法讓大家可以更容易學習到數學知識」，言下之意是，與生活結合才能讓學生容易學習；而 FT31 也認為：「教學時可多用生活化語言引入，讓學生學習較為平順。」這些說法都是期望透過生活化讓數學內容與學生更為親近，容易學習。教學的生活化，其共通點就在於可以突破數學抽象、難以親近的藩籬，直接讓學生容易參與數學學習活動。換言之，這個展現出實習教師期望透過生活化、趣味化的方式，將學生從課堂參與帶向數學參與，直接與數學內容進行交流。

上述三個類型是實習教師對數學教學這個大概念自發性展現的心像。如果直接針對在學生參與的程度與方法上，實習教師是否會表現出更多或不同的類型？為了做更深入的探討，我們透過對實習教師關於對於學生參與的程度和方式進行考察，也得到許多有趣的結果。

二、學生課堂參與的方法與程度

對於研究項目 2，本研究主要是透過實習教師對於學生參與的程度與方式之看法中，探究他們對於學生參與程度與方法的心像，同時也瞭解他們的學生參與面向與其他面向之間的關聯。在學生參與程度與方法的心像上，同樣可看出教師的學生參與面向分為兩類，第一種類型為「學生的課堂參與」，認為學生參與是「知能所得」之源頭，主要呈現出教師應有作為讓學生能參與課堂活動，認為只要學生心繫課堂，自有收穫，至於如何讓學生專心上課，參與課堂後又如何將數學知識吸收，此類教師並未表現。另一類型為「學生的數學參與」，教師明確指出參與的程度需要達學生與數學內容進行交流，屬於較深層的學生參與，教師除了期望透過分組討論、教學活動讓學生投身課堂，更在乎是否有進行數學知識的參與，亦即數學課不只要學生人到、眼到，更要心到、思想到、認知到。我們無法確信前一類的教師是否不在乎學生的數學參與，也無法確定後一類的教師實際教學能否切實執行，但本研究相信有機會展現的心像最後進入教學決策的機會必定較大。

在分析的同時，我們發現實習教師在回答本項目時不會侷限於單一面向，而會牽涉其他面向，因此在詮釋時很難不搭配其他面向報導，舉例來說，教師提到「透過小組競賽、遊戲、有趣的講課等方法來提升學生參與」若無搭配學生情意面向或教學方法面向，難以窺視全貌。而在學生參與面向與其他面向之間的關聯方面，表 2 展現實習教師關於學生參與的程度和方式在

其他面向展現的人數與百分比。整體來說，在學生參與的程度和方式中，實習教師展現在學生情意面向的比例最高，超過樣本的四成；其次是教學方法與教學期望面向的展現，皆約佔樣本的三分之一。至於學生知能面向僅約佔五分之一，學生思考面向比例更低，而表徵選擇與數學傳遞面向則幾乎沒有展現。

表 2

實習教師關於學生參與的程度和方式在各個面向展現的人數與百分比

數學教學概念	學生 知能	學生 情意	學生 思考	教學 方法	表徵 選擇	教學 期望	數學 傳遞
考量教師人數	12	26	8	21	2	21	3
佔全體樣本 百分比(%)	19.4	41.9	12.9	33.9	3.2	33.9	4.8

搭配其他面向，我們可以發現實習教師對於學生參與的程度和方式上，呈現出三種學生參與面向之心像類型。

類型一、在學生參與的方式上首重從情感參與入手

從表 2 中可知，實習教師對於學生參與的程度與方式的心像中，41.9% 比例的實習教師產生學生情意面向的心像，居各面向之首。進一步考察這些教師所展現出來的心像類型，發現實習教師透過情意面向來提升學生參與時，這超過四成的教師亦展現出四個子類型，包含：

- (1) 以透過小組競賽、遊戲、有趣的講課等方法來提升學生參與；
- (2) 透過小組討論或師生問答引起學習動機，讓學生高度參與學習數學；
- (3) 養成學生參與課堂正面的學習態度。
- (4) 製造適合學生參與的良好班級環境及課堂氣氛。

可以看出，(1)、(2) 是以課堂的教學手法考量，偏重於「情感」與「動機」方面，藉由給教學活動讓學生樂於參與，屬於短期性的情意因素的方法，得到目標與效果的反應時間短；而 (3) 的「態度成分」是屬於長效性的情意因素的方法，需，如 FT51:「[讓學生]勇於表達、勇於討論」和 FT55:「[學生]不同的看法或是不會的地方能直接在課間提出不害羞」，這些都是情意面向中需長期培養而無法立竿見影的。

而 (4) 的方式則結合了情意與動機成分的部分特點，卻又與兩者有別。這些實習教師所謂的良好班級環境，如多一點師生互動，有機會讓學生主動發表、用輕鬆的態度和老師一起聊數學、想數學、討論數學等。另一方面，有些實習教師認為要排除不想參與課程的學生的干擾，例如，F32 就提到：「但是不參與課程的學生最好能安靜做課程允許範圍內的事，不干擾課堂的活動。」；FT11 也說道：「程度好的學生就多學一點，但程度差的學生多少能有所學較基本的部

分，且上課不干擾其他同學的學習。」言下之意，這些老師可以接受部分學生不參與課堂的情況，讓其他願意參與的同學有好的學習環境，象徵教師對於課堂上學生參與的平衡考量。

總而言之，實習教師對於學生參與的方法的心像上，這些喚起情意因素的實習教師能透過情意面向的協助（如提升學生興趣、使學生樂於學習，讓班級氣氛變好）來增進學生的參與度。

類型二、以多元的教學手法提高學生參與率

儘管本項目是調查實習教師對於學生參與的程度與方式，卻只有 33.9%的實習教師展現出教學方法的心像。這些實習教師提及的教學方法主要有四種：分組活動、討論活動、問答式與講述，其中又以問答式的比例稍高。

首先，在分組活動方面，實習教師認為利用分組活動所營造的競賽感能有效提升學生參與。而這些實習教師也認為進行分組活動與學生參與程度高是相互牽絆的，也就是分組活動能提高參與度，但也只有在學生參與高時才適合分組討論，否則會事倍功半。例如，FT7 認為「參與程度高較可能分組討論」；FT14 則說：「利用討論或分組活動學生參與度將會提升。」

對實習教師來說，課堂討論活動不一定在分組活動中實施，且無論是師生討論或學生之間的討論活動，都是將教學的主導權全部或部分轉移給學生，也因此實習教師的心像中，討論活動是學生參與的好方式。例如 FT3 與 FT6E-FT 就表達出老師給予討論的同時能讓學生發表，可以製造出課堂氣氛絕佳、學生熱烈發表的美好景象。

而問答式的教學法是教師講述與學生活動的折衷方式，一方面保留教師對於教材內容呈示、課程進行的主導性，也能強制性地讓學生參與教學及發表的機會，換言之，問答式教學的比例偏高，某種程度反映出實習教師心中一種平衡的心像。而在這個向度上，實習教師也展現較多元的心像，包含：認為問答不但可以增加學生參與感，也可以透過提問增加師生之間的互動（FT41）、可以自然布置學生上台情境（FT23；FT10）、容易檢視學生學習成效，並能透過這種方式給予學生信心與鼓勵（FT9）等。

仍有部分實習教師在學生參與的方法上提到教師講述的必要性，認為有些內容還是得靠教師講解才能清楚，尤其在定義、定理、結論的講解時。而在這些展現教師講述心像的實習教師中，可以發現有一種「學生參與會佔許多時間」的心像浮現出來，如 FT8 認為：「[參與]程度是愈多愈好（但時間是一項要考慮的現實面）」；FT53 也提到：「若有充足時間，參與程度越高越好」；FT59 則說：「參與程度：適當即可，若花太多時間在學生參與，則時間有限教的内容有所縮減。」；FT60：「學生參與的程度當然是越高越好，而方式則是端看課程時間是否充裕」這些心像展現出這些實習教師認為學生參與就是學生活動，因此學生參與程度高將大量消耗時間的方式，FT17 的反應更清楚，他說：「有時數學遊戲確實是讓學生熱心參與的方式，但時間掌控有些許困難」。也因此，許多教師會如 FT47 認為：「[參與]程度以不影響正常教學進度為前題，

參與的方式可以是任何形式的多元方式。」這個想法對於教師的採用方式有關鍵性的影響，而實習教師認為最不會影響教學進度的教學方式就是教師講述。從這些提及講述的實習教師中，可以得知他們將「學生參與」與「教師講解」做了分隔，如 FT20 認為：「在學生能吸收內容的前提下，當然參與度越高越好，但是仍要考量到當時課程內容的類型是否合適，有些部分內容還是由老師講解會比較清楚。」言下之意，學生參與與學生主導有相同含意，而適合由教師講解內容並不屬於學生參與的範疇，可見「教師講述和學生參與」被認為是不相容的觀點，也因此才有如 FT37 所說：「有時候不得已還是得用填鴨式教學，不是每個單元都適合讓學生參與的。」

類型三、容許部分學生不參與，並期望參與的學生多表達、多思考、多練習

對於學生參與程度的期望方面，本研究從期望學生課堂參與比例與期望學生達到的成效兩方面加以報導，發現有 33.9% 位實習教師展現出這類面向的心像。首先，在關於學生參與比例，研究發現這些實習教師內心預設有出很大的差異，能讓全班參與理應是教學的理想，但現實面仍必須接受「部分學生」不參與課堂的情況，問題在於不參與的比例在多少範圍內是實習教師可以接受的？

關於這個問題，部分實習教師非以量而是以「類型」作為考量依據，如 FT18 就認為：「程度好的學生，不聽課無所謂，但不可以吵鬧或睡覺。會鼓勵他扎穩基礎，並輔導其往更深更廣的部分探索。」；而 FT11 則認為：「程度差的學生多少能學較基本的部分，其他部分則不干擾其他同學的學習」，亦即同意程度差的學生在非基本的內容下可以不參與。至於不參與的學生在課堂上要做什麼？FT32 到提供的了一個實習教師可能的：「不參與課程的學生最好能安靜做課程允許範圍內的事，不干擾課堂的活動。」

若從量的角度，探究多少比例的學生會被教師從課堂參與中排除，這象徵著國家的教育理念與教師教學信念的衝擊與平衡。儘管，「把每個學生都帶上來」是九年一貫及國家教育政策既有的理念（教育部，2010），但在教學資源與制度的限制下，「No child left behind」一直無法落實在每一個班級中，因此瞭解實習教師心中預設多少比例的學生可以不在他們的教學對象中是有其意義的。

本研究針對這個問題考察 62 位實習教師的反應，除了參與比例越高越好這個普世觀點之外，對於容許多少比例學生不參與課堂，本研究從幾個主動提到的例子中加以報導。其中，FT57 算是最平實的反應，他說：「我無法接受我在台上教，而大部分的學生都在發呆。」言下之意，只要未達到「大部分」的比例則都有接受的空間；而 FT46 就確切多了，他認為：「學生參與的程度至少要有 60%」，從再次詢問這位學生，他表示此敘述是表示希望每位學生每節課有五分之三的時間專注於課堂換言之，他同時也表示可以容許最多四成學生不參與課堂。相較之下，FT38

就明確的表明參與比例，他說：「有 8 成的人在聽課，已經算不錯的情況」換言之，這位教師的容忍學生不參與課堂的比例在二成以上；而 FT49 追求更高的目標，他指出：「參與度至少也要有 9 成才能激發上課的動力，讓老師活潑生動」，這意味著這位教師的心像中，未達九成學生參與將使得教學缺乏動力，索然無味。

關於學生參與的所希望達到的教學成效，這類的實習教師則希望在參與時，學生能（1）多表達：期望讓學生多勇於表達自己意見，並對於老師的問題熱烈反應；（2）多思考：在老師的引導下，積極參與思考、猜測，甚至於自己能推導數學；（3）多練習：實習教師期望學生在課堂上能有高比例時間的練習活動。換言之，實習教師希望在數學課堂達到的效果本質上都是著重於學生知能的基本表現或培養，也反映出這群教師對於學生數學學習的作法與期望。

三、含教學情境下之學生參與

本部分主要來自項目 3、4 的分析結果。由於實習教師針對含教學情境問題多以實際可能之教學手法回應，因而對於這一方面的分析，本研究則從實習教師表達出來的教學手法中，根據分析方法所述論點先行判別屬於行為、情感、認知三個參與面向中的哪一個，再細別其子類型，其中，行為參與又以課堂上可觀察的或可測的參與活動（如仿照、例題練習、討論、上台解題等）為主；情感參與上則會進一步區別積極情感（正向）、消極情感（負向）與遵守規範三類；而認知參與則區分淺層參與（讓學生進行回憶、觀察）與深層參與（讓學生進行思考、對照、體驗、理解數學）等與教材內容產生聯繫的活動。以下個別針對的兩個項目結果進行報導。

（一）教新概念的前兩分鐘

俗話說「萬事起頭難」，亦有云「好的開始是成功的一半」，這些都是對於開始進行一件事的重視與期許，同樣的，在數學教學上，一個新的概念教學開始如何引入，不同概念心像展現的教師可能有完全不同的教學特徵與面貌。舉例來說，一個展現學生知能面向甚於其他面向的教師，可能在面對新概念引入時會重視學生先備知識的認知結構，考量如何將教學訊息變成學生容易理解的狀況；相對的，一個展現學生參與面向的教師，面對新概念引入時可能表現出引發學生學習動機的認知結構，因而他會在教學時特別重視生活實例、故事，或特別設計有趣的教學活動來吸引學生投入。而在項目 3 中，本研究主要探測實習教師在概念引入教學上的實踐行為所展現出的數學教學概念心像。研究發現實習教師在概念引入教學之啟蒙上有超過一半的實習教師（51.6%）展現出學生參與面向的概念心像，由此可知，相較於關於「數學教學」此較開放的情境的自發性展現（22.6%），對於教學前兩分鐘之教學情境刺激，實習較展現學生參與心像的比例大為提高，也顯示學生參與面向的心像較容易展現在教學情境問題的刺激。表 3 顯示概念引入教學情境刺激與實習教師概念心像面向展現人數統計表，其也揭露實習教師在教學

之啟蒙仍最重視數學內容傳遞，其次才是學生參與課堂，學生知能再次之，而對於進行學生思考在教學之初反倒不重視，對於使用什麼教學法多半的實習教師也不在意。

表 3

概念引入教學情境刺激與實習教師概念心像面向展現人數統計表

題號	題目概述	項目	實習教師概念心像面向展現人數統計*							
			知能	情意	思考	參與	方法	表徵	期望	數傳
1A	新概念引入之	人數	30	26	1	32	7	26	2	42
	前 2 分鐘教學	%	48.4	41.9	1.6	51.6	11.3	32.3	3.2	67.7

註：* 知能：學生知能；情意：學生情意；思考：學生思考；參與：學生參與；方法：教學方法；表徵：教學表徵選擇；期望：教學期望；數傳：數學傳遞。

本研究進一步檢視實習教師在概念引入教學上展現學生參與面向的教師中，發現教師關注的參與形式並不相同，其中又以情感參與最多，約占此類教師的四成（13 位）。他們在新概念教學之初會透過提供有趣的事物或引發學生學習興趣的活動來吸引學生投入數學課堂，若進一步從積極情感、消極情感與遵守規範三類來看，研究也發現這些實習教師大都是從**積極情感**著手（11 位），亦即先試圖讓學生感覺興趣、喜歡數學課堂，而只有兩位實習教師是從移除學生消極情感面著手，如 FT8 會使用生活易見的例子來消除學生恐懼使學生進入狀況，以及 FT57 提到以動機解決學生學習意願低落。

除了情感參與，有 9 位實習教師則從認知參與的角度出發，亦即採用一些讓學生著手進行數學內容的學習策略的教學活動，如：要求學生進行回憶、觀察、思考老師的問題、臆測等學習活動，若根據 Biggs（1987）的分類，這些從展現認知參與的實習教師屬於較為深層的認知參與，只有少數實習教師採用學生觀察或回憶數學內容等淺層的認知參與。而若從課堂中可觀察的參與活動角度來看，也有一些老師提到如吸引學生注意、帶領學生做活動或討論等的行為參與，但為數並不多。

（二）全班安靜卻不專心之處理

教師教學一定會遇到許許多多的學生問題，無論是行為問題、情意問題或是認知上的問題，教師都應該有能力產生良好的對策來因應，。同時也必須能透過學生的外顯行為來判斷學生是否達到學習效果。項目 4 中，我們考察實習教師對於全班安靜但同學不專心情況之處理，藉此探究數學實習教師在此教學情境下之教學概念心像。在這個項目上，不設定教學單元主要用以排除數學內容的影響，而加入全班安靜的條件是要排除班級經營的因素，使本項目能針對如何處理學生參與的問題。

研究發現實習教師本項目上呈現出兩種類型之學生參與心像，其一是聚焦在學生的課堂活

動參與上 (students engage in class)，包括學生和教師、學生和學生之間的聯繫，而在概念心像上也涉及學生情意、表徵選擇、教學方式等其他面向，例如提供學習動機與學習需求感、改變教學的表徵、透過故事或生活實例來吸引學生、以討論、問問題或進行小活動方式等讓學生投入課堂，符合 Erickson 與 Shultz (1992) 所提之社會聯繫面向；另一個則是聚焦在學生的數學內容參與上 (students engage in mathematics content)，包含學生與教材之間的聯繫，在概念心像上則是涉及學生知能、學生思考、數學表徵其他面向的心像，內涵與前一類稍有差異，例如調整教學的內容難度、利用學生較易接受的表徵 (如圖形、簡易數值實例)、提供思考題讓學生想數學、討論數學等，類似於 Erickson 與 Shultz 所提的學科聯繫面向。

由於此情境直接針對學生參與，因此當此項目引發其他面向之心像也象徵學生參與心像與其他各心像面向的聯繫。表 4 呈現本項目教師於各個數學教學概念心像的展現統計，由此觀之，會發現實習教師在處理學生不專心上，學生參與心像主要在課堂活動參與 (學生情意、表徵選擇、教學方式) 會多於數學參與 (學生知能、學生思考、數學表徵、數學傳遞)。

表 4

呈現實習教師處理學生上課不專心在各概念心像面向展現的人數統計

題號	題目概述	項目	實習教師概念心像面向展現人數統計*							
			知能	情意	思考	參與	方法	表徵	期望	數傳
1C	全班安靜卻	人數	9	35	2	61	17	7	8	5 [#]
	不專心之處理	%	14.5	56.5	3.2	98.4	27.4	11.3	12.9	8.1

註：* 知能：學生知能；情意：學生情意；思考：學生思考；參與：學生參與；方法：教學方法；表徵：教學表徵選擇；期望：教學期望；數傳：數學傳遞。

由於該問題本身不含數學主題，因此數學傳遞面向分析針對「數學」此一廣義概念。

此外，從表 4 也可以看出，在發現全班安靜但同學卻不專心的情境下，實習教師的處理確實以學生參與面向為首要考量，佔了全體樣本的 98.4% (61 人)，其次會在情意面向上，其餘面向展現皆不滿三成。實習教師在處理學生上課不專心上共同展現出學生參與面向的心像是自然的，但所喚起的學生參與類型卻不相同。本研究進一步對於樣本教師處理學生不專心的手法展現與學生參與相關的分析，發現展現學生參與心像的 61 位教師中，有 42 位與行為參與產生聯繫，有 34 位表現出情感參與面向，則有 16 位實習教師包含認知參與面向，可以看出，多數實習教師展現的作法是先引起學生注意，讓學生具有程序性參與，但對於認知參與的比例較少較少涉及，即便涉及也多僅到淺層的認知參與。

若進一步檢視展現行為參與的 42 位中關於積極與消極的行為參與之比例，會發現實習教師對於學生不專心的情況，較傾向積極改變現狀，以求主動驅使學生參與或強破學生將注意力轉

移到課堂，採用手法也較為立即、務實，以及重成效，如點學生回答問題（18 人次）、以笑話、故事、經驗分享吸引學生（21 人次）、溝通或改變上課話題（13 人次）等。其中，又以情感參與呈現正向的手法類別也較多，此現象揭露「積極作為」的行為參與經常與情感參與產生聯繫。

伍、結論與建議

若將教學比喻成任務執行，則學生參與應該是教師要面對的首要關卡，因為即便是最優異的教學內容，若學生不投入參與，也如同一場沒有聽眾的頂級音樂會，徒具形式；相對的，一個沒有關心學生是否參與的教學，有怎能算是完善的教學？

在研究結果一節中，我們得知對於數學教學這個最素樸的想法，在不同的教學概念面向中，大多數的實習教師並不常自發性地喚起學生參與面向的概念心像，此一現象值得我們的實習教師或師培機構留意。而在自發性喚起學生參與者，又展現出讓學生注意與專注課堂、學生自主與互動學習，以及教學生活化與趣味化等三種類型。而這些實習教師自發性展現的三種類型，大抵上展現行為參與、認知參與及情感參與等三大類型，亦即實習教師的學生參與面向概念心像展現，與對於既有之學生參與相關研究頗為契合。

而在學生參與的方法上，本研究實習教師首重情感參與。除了透過像小組競賽、遊戲等偏重於「情感」與「動機」的方式讓學生樂於參與之外，實習教師也認為應該透過小組討論、師生問答等養成學生參與課堂正面的學習態度。在經常使用的手法上，實習教師則是將課程與生活做連結，除了可以讓學生透過這些熟悉的例子，願意投入數學課程、更容易理解概念外，也能因為有趣而參與數學學習活動。此外，許多實習教師也喚起用「討論活動」來驅動學生參與課堂的心像，認為討論活動有直接提供學生參與課堂動機的表層特點，同時具有讓學生進行數學思考的深層特點，而這種讓學生思考的方式驅使學生參與課堂的效果，比起僅是點學生回答問題或講笑話將學生的目光吸引到課堂上更有數學傳遞的成效。

整體來說，學生參與的方法上，發現實習教師會與其他不同的概念心像面向有關聯。展現出「與學生情意面向關聯」的實習教師在學生參與的方法上，主要表現在期望學生能樂於參與課堂活動，認為只要學生心繫課堂，自有收穫，至於參與之後如何將數學知識吸收，則非此類型實習教師的心像所觸及到的，屬於較為淺層的情感參與，也較少提到數學參與。另一方面，表現出「與教學方法面向關聯」的實習教師則關心的不止於學生是否有投身課堂，更在乎是否有進行數學知識的參與，亦即同時注重課程參與與數學參與，因此在師資培育上，我們可以多朝向讓職前教師能夠將學生參與與教學方法多產生連結，對於教師專業的養成將更有益處。

在學生參與面向上，研究發現實習教師會傾向在概念引入教學、處理學生不專心問題上展現學生參與面向的心像。在面對新概念引入教學的刺激時，許多展現學生參與面向的教師以積

極情感參與著手，展現引起學生學習動機的概念心像，因而他會在教學前準備許多生活實例、數學故事，或特別設計有趣的教學活動來吸引學生注意，此也反映出現今臺灣中學數學實習教師對於概念引入喜愛且常用的手法。另一方面，實習教師對於學生不專心的處理手法展現更強烈的學生參與面向，遠超過了概念引入教學時的重視，因此會有一種「出現問題更要積極參與」的景象，儘管如此，卻大都僅止於行為參與，若能多轉於展現認知參與，相信教學會更有成效。這些都值得實習教師與師培單位深思。

對於這些研究師資培育者，本研究認為瞭解職前教師的數學教學概念心像對於師資培育者有三個益處：（一）可協助師資培育者檢視職前教師在教學上的盲點與缺失，透過瞭解哪些心像對教師教學而言是重要，卻不常、不易展現的心像來提升職前教師的專業素養；（二）可搭配教師專業指標以協助數學教師的專業成長，使其改進他們的教學；以及（三）輔助師資培育課程教學，強化師資生對於重要教學概念心像的活化。最後，儘管數學教學概念心像的議題在數學教育中仍屬待開發領域，研究結果也不一定能推廣到小學實習教師或在職教師上，但相信所得的初步結果對於數學教育工作者仍有許多參考價值，也期待有更多努力投入相關研究，讓數學教師教育能更臻完善。

參考文獻

- 孔企平（2003）。**數學教學過程中的學生參與**。上海：華東師範大學。
- 林進材（1997）。**國民小學教師教學思考之研究**（未出版之博士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 林福來（1997）。**教學思維的發展：整合數學教學知識的教材教法（1/3）**（行政院國科會專題研究計畫成果報告，NSC 86-2511-S-003-025）。臺北市：國立臺灣師範大學數學系。
- 邱美虹（1997）。**國中科學教師特質與其檢定之研究：比較初任科學教師與資深科學教師知識與技能表現之研究（I）**（行政院國科會專題研究計畫報告，NSC 84-2513-S-003-004）。臺北市：國立臺灣師範大學科學教育研究所。
- 教育部（2010）。**國民中學九年一貫課程綱要數學學習領域**。臺北：作者。
- 謝佳叡（2001）。**國中生配方法學習歷程中數學思維研究**（未出版之碩士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 謝佳叡（2011）。**中學數學實習教師之數學教學概念心像探究**（未出版之博士論文）。國立臺灣師範大學，臺北市。
- Patton, M. Q. (1995)。**質的評鑑與研究**（吳芝儀、李奉儒譯）。臺北：桂冠。（原作出版於1990年）
- Appleton, J. J., Christenson, S. L., & Furlong, M. J. (2008). Student engagement with school: Critical conceptual and methodological issues of the construct. *Psychology in the Schools, 45*(5), 369-386. doi: 10.1002/pits.20303

- Atkinson, J. W. (1965). Some general implications of conceptual developments in the study of achievement-oriented behavior. In M. R. Jones (Ed.), *Human motivation: A symposium* (pp. 3-29). Lincoln, UK: University of Nebraska Press.
- Attard, C. (2013). "If I had to pick any subject, it wouldn't be maths": Foundations for engagement with mathematics during the middle years. *Mathematics Education Research Journal*, 25(4), 569-587. doi: 10.1007/s13394-013-0081-8
- Biggs, J. B. (1987). *Student approaches to learning and studying*. Hawthorn, Australia: Australian Council for Educational Research (ACER).
- Carini, R. M., Kuh, G. D., & Klein, S. P. (2006). Student engagement and student learning: Testing the linkages. *Research in Higher Education*, 47(1), 1-32. doi: 10.1007/s11162-005-8150-9
- Carter, C. P., Reschly, A. L., Lovelace, M. D., Appleton, J. J., & Thompson, D. (2012). Measuring student engagement among elementary students: Pilot of the student engagement instrument -- Elementary version. *School Psychology Quarterly*, 27(2), 61-73. doi: 10.1037/a0029229
- Chapman, E. (2003). Alternative approaches to assessing student engagement rates. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 8(13). Retrieved from <http://PAREonline.net/getvn.asp?v=8&n=13>
- Christenson, S. L., Reschly, A. L., & Wylie, C. (Eds.) (2012). *Handbook of research on student engagement*. New York, NY: Springer. doi: 10.1007/978-1-4614-2018-7
- Cochran, K. F., DeRuiter, J. A., & King, R. A. (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), 263-272. doi: 10.1177/0022487193044004004
- Connell, J. P. (1990). Context, self, and action: A motivational analysis of self-system processes across the life-span. In D. Cicchetti (Ed.), *The self in transition: Infancy to childhood* (pp. 61-97). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Erickson, F., & Shultz, J. (1992). Students' experience of the curriculum. In P. W. Jackson (Ed.), *Handbook of research on curriculum: A project of the American educational research association* (pp. 465-485). New York, NY: Macmillan.
- Ernest, P. (1989). The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics teaching: The state of the art* (pp. 249-254), London, UK: Falmer Press.
- Fredricks, J. A., Blumenfield, P. C., & Paris, A. H. (2004). School engagement: Potential of the concept, state of the evidence. *Review of Educational Research*, 74(1), 59-109. doi: 10.3102/00346543074001059
- Glanville, J. L., & Wildhagen, T. (2007). The measurement of school engagement: Assessing dimensionality and measurement invariance across race and ethnicity. *Educational and Psychological Measurement*, 67(6), 1019-1041. doi: 10.1177/0013164406299126
- Griffin, L., Dodds, P., & Rovegno, I. (1996) Pedagogical content knowledge for teachers: Integrate everything you know to help students learn. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*, 67(9), 58-61. doi: 10.1080/07303084.1996.10604857
- Grossman, P. L. (1991). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York, NY: Teachers College Press.

- Jackson, P. W. (1968). *Life in classroom*. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston.
- Meece, J. L., Blumenfeld, P. C., & Hoyle, R. H. (1988). Students' goal orientations and cognitive engagement. *Journal of Educational Psychology*, 80(4), 514-523. doi: 10.1037/0022-0663.80.4.514
- Miserandino, M. (1996). Children who do well in school: Individual differences in perceived competence and autonomy in above-average children. *Journal of Educational Psychology*, 88(2), 203-214. doi: 10.1037//0022-0663.88.2.203
- Mosher, R., & MacGowan, B. (1985). *Assessing student engagement in secondary schools: Alternative conceptions, strategies of assessing, and instruments*. Madison, WI: University of Wisconsin, Research and Development Center. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 272 812)
- National Council of Teacher of Mathematics (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.
- Newmann, F. M. (1992). *Student engagement and achievement in American secondary schools*. New York, NY: Teachers College Press.
- Nystrand, M., & Gamoran, A. (1991). Student engagement: When recitation becomes conversation. In H. C. Waxman & H. J. Walberg (Eds.) *Effective teaching: Current research* (pp. 257-276). Berkeley, CA: McCutchan Publishing Corporation.
- Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education*, 21(5), 509-523. doi: 10.1016/j.tate.2005.03.006
- Patrick, B. C., Skinner, E. A., & Connell, J. P. (1993). What motivates children's behavior and emotion? Joint effects of perceived control and autonomy in the academic domain. *Journal of Personality and Social Psychology*, 65(4), 781-791. doi: 10.1037//0022-3514.65.4.781
- Pintrich, P. R., & Schrauben, B. (1992). Student motivational beliefs and their cognitive engagement in academic classroom tasks. In D. H. Schunk & J. L. Meece (Eds.), *Student perceptions in the classroom* (pp. 149-175). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Skinner, E. A., & Belmont, M. J. (1993). Motivation in classroom: Reciprocal effects of teacher behavior and student engagement across the school year. *Journal of Educational Psychology*, 85(4), 571-581. doi: 10.1037//0022-0663.85.4.571
- Smith, K. A., Sheppard, S. D., Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2005). Pedagogies of engagement: Classroom-based practices. *Journal of Engineering Education*, 94(1), 1-15. doi: 10.1002/j.2168-9830.2005.tb00831.x
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. doi: 10.1007/BF00305619
- Taylor, L., & Parsons, J. (2011). Improving student engagement. *Current Issues in Education*, 14(1). Retrieved from <http://cie.asu.edu/>

- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305. doi: 10.1080/0020739830140305
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

蘇意雯、黃俊瑋、陳靜惠、林明怡（2014）。
以數學史劇本設計引動教師專業成長之研究。
臺灣數學教育期刊，1（2），25-52。
doi: 10.6278/tjme.20140904.004

以數學史劇本設計引動教師專業成長之研究

蘇意雯¹ 黃俊瑋² 陳靜惠³ 林明怡⁴

¹臺北市立大學數學系

²國立臺灣師範大學數學系

³臺北市華江國民小學

⁴新北市莒光國民小學

本研究以數學史劇本設計為進路，觀察個案教師在參與過程中之專業發展變化概況。研究團隊有師資培育者、高中數學教師及研究生，參與教師們以組成教師社群的方式進行，在每兩週一次的會議中，針對素材之蒐集、閱讀與統整，以及如何融入於數學史劇本之編寫等議題，進行分享與討論。研究者群為參與觀察者，透過「觀察」、「訪談」、「文本收集」等多元方式，蒐集會議與活動之現場觀察、訪談以及會議記錄、會後回饋單、問卷調查、心得撰寫、數學史劇本等相關研究資料，進行分析與後續研究。研究結果發現如下幾點：1. 藉由教師社群的對話，參與教師互相激勵。2. 閱讀讓教師認識數學知識之不同風貌。3. 影片觀摩與欣賞提供編寫劇本之靈感。4. 討論讓劇本創作更精緻。5. 專家諮詢與座談會開拓參與教師之視野。透過本研究歷程，參與教師在數學專業知識與數學史知識有所增長，對數學教學知識也能有所反思，並增進了對劇本寫作的瞭解。

關鍵詞：數學史、劇本、教師專業成長

通訊作者：蘇意雯，e-mail：yiwen@utapei.edu.tw

收稿：2013年9月24日；

接受刊登：2014年9月30日。

Su, Y. W., Huang, J. W., Chen, C. H., & Lin, M. Y. (2014).
Enhancing teachers' professional development through HPM script design.
Taiwan Journal of Mathematics Education, 1(2), 25-52.
doi: 10.6278/tjme.20140904.004

Enhancing teachers' professional development through HPM script design

Yi-Wen Su¹ Jyun -Wei Huang² Ching-Hui Chen³ Ming-Yi Lin⁴

¹ Department of Mathematics, University of Taipei

² Department of Mathematics, National Taiwan Normal University

³ Taipei Municipal Huajiang Elementary School

⁴ New Taipei City Juguang Elementary School

A group of teachers were observed for determining how they develop professionally. The study involved the teachers designing scripts based on the history and pedagogy of mathematics (HPM). The research team consisted of a teacher educator, high school math teachers, and graduate students. The teachers participated in discussion sessions held biweekly, shared their experiences on issues such as the collection, perusal, and integration of information and on the addition of this information to the HPM script during script production. The research team comprised participant observers who collected meeting minutes, interviewed the teachers, and analyzed data from post meeting feedback sheets, questionnaires, reports, and HPM-script-related research information. The researchers made the following observations: (1) Through teacher community dialogues, the participating teachers inspired each other. (2) Reading helped the teachers recognize different aspects of mathematics knowledge. (3) Film viewing for appreciation and analysis provided inspiration to write the scripts. (4) Discussion led to the scriptwriting becoming more refined. (5) Counseling and panel discussions broadened the teachers' perspectives. Furthermore, it was found that the participating teachers' knowledge of mathematics and history of mathematics had increased. The teachers could also exchange their mathematics pedagogy knowledge and enhance their understanding of script writing.

Keywords: history and pedagogy of mathematics (HPM), script, teacher's professional development

Corresponding author : Yi-Wen Su · e-mail : yiwen@utapei.edu.tw

Received : 24 September 2013;

Accepted : 30 September 2014.

壹、前言

一、研究背景與動機

聯合國教科文組織（UNESCO）1966年發表《關於教師地位之建議書》，其中提到：「教學應被視為一種專門職業：它是一種公眾服務的型態，它需要教師的專業知識以及特殊技能，這些都要經過持續的努力與研究，才能獲得並維持。此外，它需要從事者對於兒童的教育以及福祉，產生一種個人的以及團體的責任感。」（行政院教育改革審議委員會，1996，頁24）。時至今日，在十二年國教實施之際，教師專業成長之議題仍舊受到各方重視。研究者發展本研究的構想主要來自國科會兩個補助計畫：「古代數學文本在課堂上的使用」（洪萬生，2001）與「數學教師專業發展與 HPM」（洪萬生，2003），其中，數學史與數學教學關聯之國際研究群（International Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics, HPM），主要關注如何利用數學史的研究成果、以及數學史與數學教育的互動，來提升數學教師的教學品質與學生的學習成效。在上述第一個計劃中顯示，由於古代數學文本在中學課堂上的恰當使用，讓參與教師的學生充分暴露在數學的人文趣味之前，為數學教育的價值打開了一個嶄新的面向（洪萬生，2001）。在第二個計劃中，參與教師學習如何運用數學史融入數學教學，也從中發展出種種可用的策略，例如：廣泛閱讀數學史及數學教學相關書籍；以考慮數學邏輯、歷史和學生認知這三面向的學習工作單引動教師融入數學史於數學教學；以教學後實作心得作為反思之用；多方參與和數學教育有關之座談；經由專家諮詢及以學校為中心之實踐社群方式促成共同成長等等（蘇意雯，2004）。研究者也發現涵蓋邏輯、歷史、學生認知三面向的 HPM 學習工作單，可以有效連結參與教師對於 HPM 理論的瞭解與實作，裨益學生對於數學內容的掌握。

國立教育資料館於 96 年度教育頻道教學影片製作的數學領域中研發了十個單元的數學史動畫。研究者在 96 學年度的任教過程中，針對 27 名在職國小教師的調查顯示，普遍認同數學動畫對教學有幫助（5 點量表平均分數達 4.48），經問卷詢問其理由，其中包含了「以動畫介紹數學史的故事，絕對比教師口述的方式更具吸引力。」、「對於一些不善於說故事的老師，透過內容適當且精彩之視聽媒材的教學輔助，肯定會使教學更加生動活潑。」等看法。

針對運用動畫於教學面向，國外學者 Bransford 等人（1988）利用播放影片故事做為教學材料，幫助學生學習解題，除了故事本身有趣，能讓兒童清楚看到數學與生活之連結，引發濃厚學習動機之外，也由於有了影像呈現問題，讓兒童更能理解問題的意義。就國內而言，黃仕奇與楊德清（2014）製作數常識數位動畫對小六學童進行實驗教學，結果也發現動畫實驗組學生之後測表現顯著優於對照組學生的表現。以數學史動畫來說，除了國內教育資料館所製作之數

學史動畫，美國公共電視台（PBS）和英國國家廣播公司（BBC）也有一些有關數學史單元的錄影帶節目。此外，T. M. Apostol 教授的研究團隊也製作了含有數學史成分，可以在課堂上使用的影片（網站名稱是 *Project MATHEMATICS!*。網址為 <http://www.projectmathematics.com/>），並曾召開教師工作坊，於工作坊中參與教師也提及了這樣新的想法及創新的教學方式改進了他們的教學，讓學生更有興趣學習數學。

承上所述，想要製作出一部優質的動畫，首要之務便是編寫出動人的劇本，不過撰寫出隱含數學發展，能涵蓋適合學生程度的相關數學知識，又能吸引學生興趣的劇本，並不是一件容易的事，對於現場的教師而言，要如何從無到有開發出數學史劇本？在這一段歷程中，教師們會有何轉變？這正是本研究想要關注的議題。

二、研究目的與問題

本研究的目的是在於藉由高中數學教師組成的教師社群，經由研究規劃完成數學史之劇本，從參與教師的創作歷程中，分析參與教師的專業成長與改變。

依據上述研究目的，本研究主要待答問題為：在撰寫數學史劇本之歷程中，參與教師所獲得的專業成長與改變為何？

貳、文獻探討

一、數學史與教師專業成長

（一）數學史與數學教學

數學概念已演化數千年，數學思維的發展過程以及古代數學家的智慧，正可以提供我們學習數學思考方面的洞見，因此將歷史問題應用於數學教學之中已受到關注（洪萬生，2000；劉柏宏，2007；蘇意雯，2011）。對於數學教學中為何要引入數學史？Furinghetti 與 Paola（2003）認為，在課堂上融入歷史不但可以激發學生在數學上的興趣，也可用數學為主體安排課程，探討數學的脈絡，幫助達成數學的目標。Barbin（2000）認為在數學教學中融入歷史維度最常見的理由是數學史可以讓我們思考「數學究竟為何？」以及讓我們對於概念和理論有更好的瞭解。Tzanakis 與 Arcavi（2000）也提出運用數學史於數學教學，能幫助數學學習、讓教師對於數學本質和數學活動的發展，有另一個觀點，進而提升教師自己教學知識，讓教師能喜好數學，視數學為一項文化成果。而 Grugnetti（2000）則認為數學史在教學上的影響如下：1. 使用古文本上的問題，讓學生比較現行策略與原始文獻之異同。2. 以歷史建構數學的技能和概念。3. 經由歷史的分析，讓教師瞭解為何某一特定概念對於學生造成困難。

九年一貫課程綱要所強調的十大基本能力中，在第六項文化學習與國際瞭解中的一項能力指標「連結數學發展與人類文化活動間的互動」，也正是 HPM 所關注的課題。在數學課堂上提

供數學史料，可以讓學生知道數學是人類的活動，瞭解文化的多樣性和培養多元文化的關懷，除了讓學生體會數學的人文面向外，適當的史料剪裁及文本的提供，正可當作數學教學上的範例，有助於學生對於數學重要概念的體會和啟發。透過數學史的融入，學生對於數學解題的認知將會從「知道」解法提昇到「欣賞」解法的境界，因而可能啟發他們對數學概念的認知（Siu, 1993）。

綜括來說，以數學史融入數學教學所能達成的目標，可以涵蓋三個範疇，那就是情意、認知及文化活動（Fasanelli, 2000）。對照我國九年一貫數學學習領域的基本理念中，也提及了數學史的重要性：「教師教學裡，引進與主題相關的數學史，對學童學習會有很正面的意義，尤其能協助學童抽象觀念具體化，因為不論在科技應用層面或思想突破方面，數學重要概念的演進確有其實用面考量，因此提供具啟發性的數學史方面的讀物實屬必要。」（教育部，2008，頁 23）。經由國小數學史融入數學教學實作，我們發現透過數學史能為學生揭開數學神秘的面紗，讓學生瞭解數學的起源，也能正面增強他們的數學學習態度（沈志龍、蘇意雯，2009；林妙霜、蘇意雯，2009；施昱光、蘇意雯，2012；蔡幸霓、蘇意雯，2009）。劉柏宏（2007）的研究中也發現，體驗過和見識過一些同儕和歷史上數學家的解題策略後，也引發學生開始注意數學知識的發展元素，因此在對於數學知識的產生與歷程方面，學生的論述開始強調數學家所扮演的角色。再者，學生的學後觀點也呈現出他們理解到數學知識承先啟後的階段性過程。可見在教學中適時強調數學史，正可對學生之數學學習有所幫助。

（二）教師專業成長

對於在提升教師專業素質的方向，行政院教育改革審議委員會（1996）建議對在職教師要建立教師進階制度，提供多元進修管道，才能不斷提升教師教學品質，協助教師生涯發展。同時，也建議各級學校辦理校內進修活動，以落實發揮教學研究會功能，使教師的在職進修在教育專業成長中真正日新又新、教學相長，增進專業智能，更提升教學品質，有效達成教學目標（行政院教育改革審議委員會，1996）。也就是說，學校不只是教師執行改革的場所而已，也應成為教師學習改革和發起改革的地方，而教師與教師之間彼此合作也能形成相加相乘的效果。近年來，教育部（2009）並提出教師專業學習社群具有減少教師之間的孤立與隔閡、激發教師進行自我反思與成長、提高教師自我效能與集體效能、促進教師實踐知識的分享與創新、提高教師素質進而提升學生學習成效以及促使學校文化質變，行政、教學相輔相成等價值。

在強化教師專業發展的面向上，歐用生（1996）以教育行政者的觀點，提出了 1. 加強教師的職前教育。2. 發揮導入教育的功能。3. 加強質的研究。4. 落實學校本位課程發展。5. 實施夥伴視導。6. 培養批判的反省能力等六項途徑。對於在職教師而言，主要重點擺放於後四項，這幾點也是本研究加以考量的範疇，特別是批判反省能力的培養，也就是反思。反思層次可以

包括一般的反思，即對個人直接或間接經驗的覆誦；自我的反思，即對個人實務經驗的反思；教學的反思，即對教學中各面向問題的反思；學理的反思，即對與一般化理論聯繫的反思。愈是深層的反思，愈能促使教師對教學事件有更深入的了解，從而擬定最佳的行動對策，並促進教師教學專業的成長（Goffree & Dolk, 1995）。反思實作正是近年來在數學教師教育研究中，一個相當受重視的議題（Lerman, 2001）。以促進教師專業成長的研究來看，教師要形成新的教學實踐策略，達到理論與實踐相結合，並促進學生成長的教學目的，自我反省是一個相當重要的途徑（潘世尊，2000）。

Clarke 與 Hollingsworth（2002）提出「專業成長互連模式」（The Interconnected Model of Professional Growth, IMPG），檢視在職數學教師專業成長歷程。其模式是認為經由反思和付諸行動等兩種傳導機制，串連外在、實務、個人及結果四個領域，導致教師發生改變。此四個領域意指：

1. 外在領域：指外界提供的資訊、刺激或支援。
2. 實務領域：指教師的教學實作。
3. 個人領域：包含教師知識、信念或態度。
4. 結果領域：指教師改變教學行為後，所呈現的教學成效。

最近數年，歐洲地區探討於師資培育上針對教育議題的情景寫作，串連成劇本（ATEE-RDC 19, 2003），研究發現，情景寫作可以引動教師創造性的思維（Viebahn & Hilton, 2006），可做為反思和學習的工具（Snoek, 2003），也可以促進教師培育者之專業發展（Cautreels, 2003）。上述這些教師專業成長模式，亦是本研究之重要參考依據。

就數學史與數學教師專業發展而言，Schubring（2000）認為過去的數十年中，對於教師的數學史能力培訓，主要目的如下：

1. 讓教師知道過去的數學，也就是數學史的直接傳授。
2. 促進教師對於他們即將教授之數學的了解，這是方法論以及認識論的功能。
3. 授與教師融入歷史素材於教學的方法和技能，意即在課堂中運用數學史。
4. 促進教師對於自身專業以及課程發展的了解，這涵蓋了數學教學史的部分。

然而，從目前師資培育者的實作和經驗中，遭遇不少待解決的問題。例如數學教師在他們的歷史知識和自信上仍然相當不足。因此必須要靠在教師訓練上擴展和推廣歷史的成分。為了能更進一步整合歷史及數學，更好的教學素材和範例的發展也是必要的。就教師專業發展而言，數學史的引入可以改變教師對數學的洞察力和了解，歷史的軌跡並不僅是一種揭示，也是教師反思的來源。Lakatos（1976）便嘗試透過對特定問題歷史發展過程的重建，傳達數學思考的多種面向。數學史讓我們思考數學是一個隨著時間反思，並改善的過程。有了這樣的體認

後，教師會改變教數學的方式，也能對學生的迷思採取包容和理解的正向態度，能用同理心處理學生的錯誤。

Furinghetti 與 Paola (2003) 提出給老師現成的教學序列，讓教師馬上可以實行，這樣固然方便，可是最好的方法，還是創造一個可讓教師自由發揮的環境，只有自己親手設計、實作，才能得到最好的教學效果。從 HPM 的施行來看，Tzanakis 與 Arcavi (2000) 認為，在原典、二手文獻和教學素材三者，教學素材最為缺乏。美國數學教師協會 (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]) (1986) 也提及數學教師所需要的專業發展，包含學科內容知識、教學知識以及資源素材。唯有當教師有機會瞭解以及開發素材後，才有可能在自身的課堂上去使用那些素材。有關 HPM 劇本的研製，是本研究欲開發的重點，至於參與教師在研發教材過程中所經歷的正向轉變，正可以說明此 HPM 進路，對於教師專業發展的影響。

二、數學敘事與劇本寫作

對於志於數學史的現場教師而言，欲獲得數學史相關專業發展，則可信、可靠的數學史資料或相關數學普及書籍的閱讀，為最方便且有效的策略。而此一教師專業發展策略，正呼應了近年來各國越來越重視培養學生的閱讀能力，以及強調學生的閱讀表現的趨勢，特別是諸如學生基礎素養國際研究計畫 (Programme for International Student Assessment, PISA) 或是促進國際閱讀素養研究 (Progress in International Reading Literacy Study, PIRLS) 等國際性機構的閱讀評比。而落實學生數學閱讀之前，教師本身對於數學文本的閱讀以及相關素養，也是教師專業發展過程所不可或缺的重要一環。在過去的研究中 (蘇意雯, 2004)，我們發現設計數學史的學習工作單，引動教師融入數學史於數學教學，是促進教師專業成長相當重要的一個策略，而 HPM 學習工作單的實施，也獲得學生的認同。基於上述理念，在現今數位化的時代，我們更期待在數學教學方式與媒體上，能有更多樣性的發展。因此，把數學思想發展的脈絡融入數學學習，由教師寫作成劇本呈現，將來並繪製成動畫，藉由數學概念思維脈絡的發展，以及劇情人物的鋪排，激發學生學習數學的興趣。整合歷史進入數學教學，以數學為主體，安排課程，探討教育的議題與數學的脈絡，從一個新的觀點佈置新的工作環境，以幫助學生達成有效學習數學的目標 (Furinghetti & Paola, 2003)。根據 Nagaoka (2000) 在 HPM 指南書 *History in Mathematics Education* (Fauvel & van Maanen, 2000) 中的資料分析，顯示出編製 HPM 卡通正是嶄新的嘗試，至於在編製卡通之前，劇本的撰寫是相當重要的一項工作，如何撰寫出寓教於樂的劇本，正有待國內團隊去經營，與國際接軌。

近年來，關心數學與敘事的關係的學者們認為如何解題或推理可以類比於小說中的如何敘事，並認為數學思維和故事之間可以有很重要的連結，也希望以故事方式呈現數學思維的發展（Gerofsky, 1996; Solomon & O'Neill, 1998）。好的數學概念，可用之證明某些論證，一則好的故事，則具有不同方式的啟發力量（Thomas, 2002）。如果能連結兩者，應該能對數學普及的推廣有所幫助。這也呼應了林芳玫和洪萬生（2009）的研究，他們從數學與敘事切入，比較兩本數學小說，探討數學與說故事乃至文學敘事之關聯。研究中也發現數學小說的敘事風格，與作者所運用的數學知識息息相關，也因此演變成一個嶄新的文類，為數學的「隱喻」（metaphor）賦予了極有價值的意涵，也為我們打開一個全新的科普書寫與分享空間，提升中小學師生乃至一般社會大眾的閱讀興趣。

那麼如何將抽象的數學概念敘事書寫，以吸引讀者呢？我們不妨考慮從數學思維的脈絡發展開始說故事。歷史和故事是明顯相關的，傳承過往證據最早的形式就是通過故事（Weeks, 2003）。在動畫製作的過程中，故事比起製作的技巧總是最被優先考慮（Jones & Oliff, 2006），動畫內容非常重要，故事的吸引力決定了觀眾的注意力。對於動畫故事的發想，專家是於構思過程中關注觀眾、故事與角色三者之關係（吳佩芬、嚴貞、范光義，2009）。以科普傳播創作的劇本樣式而言，傅麗玉（2012）發現世界觀導向之架構（Worldview Oriented Framework, WOLF）有利於創作出能整合文化學習與科學學習的劇本架構。以原住民族文化為例，WOLF 的學科教學模組就包含傳承傳統世界觀—文化內涵與傳統智慧的學習、表達自我世界觀—學生的看法與對話提問、探索世界觀—文化與傳統智慧的體驗探索、形成新世界觀—相關科學知識概念的學習與實驗、聯結原住民族的世界觀與學科世界觀：文化傳統智慧與相關科學概念的相互解釋等五個步驟（傅麗玉，2012）。

此外，在撰寫劇本的同時，也必須掌握構成劇本的四大要素：主旨、情節、人物、對白。亦須考量讀者之需求，注意諸如「不安定的情緒」，「平衡的破壞」等衝突的問題，運用比較細膩的衝突觀念，來尋找戲劇的素材，並慎選素材以及考量教育的功能（曾西霸，1989）。本研究中的參與教師必須考量的是如何安排數學與敘事的結合，以融合數學與人文面向，進而軟化數學之於學生抽象、艱澀的印象，並從中思索引發學生學習動機的元素。研究者也將從此完成數學史劇本設計的歷程中，探討參與教師的專業成長。

參、研究方法

一、研究設計

本研究以質性研究中的觀察研究方式進行。質性研究探討問題在脈絡中的複雜性，從研究對象本身的架構來瞭解行為，必須從團體內部，瞭解成員的信念和價值如何發展和改變，以敏

銳的眼光將查覺到的意義和現實呈現出來（歐用生，1996）。在本研究中，研究者參與被觀察情境，成為其中的一員。參與觀察視參與程度有別，觀察可能由外顯或內隱進行（王文科、王智弘，2007）。研究者參與其中，也擔任諮詢者的角色，此類觀察較趨向外顯之色彩。以下的篇幅，研究者將對本研究所規畫之實施策略，逐一說明。

（一）組成以學校為中心之教師社群

本研究是以學校為中心，由三位同校教師以及一位他校教師組成教師社群，於 HPM 教學關懷下，調融數學史與數學知識，經由自我詮釋進行數學史劇本之撰寫。在進行劇本創作與編寫的歷程，規劃藉由社群成員之間的討論與交流溝通，讓參與教師不斷進行反思並付諸於劇本編寫的實作行動中，以呼應 Lerman（2001）的觀點，透過反思實作的過程，提供教師如何在課堂內行動的觀點，考慮專業化和他們如何繼續學習教和學，同時，也鼓勵了教師自主性與解放性。

（二）廣泛閱讀數學史及數學知識相關書籍

本研究透過廣泛地閱讀數學史及數學教學相關書籍，希望能讓參與教師得以認識數學知識的不同風貌。

（三）影片觀摩與欣賞

由於參與教師們過去並無實際參與劇本寫作與設計之經驗，因此，讓參與教師對於目前已有的數學影片加以賞析，尋求製作靈感，也是本研究之策略之一。

（四）劇本創作與討論

創作數學史劇本是本研究中參與教師的主要工作和目標，在創作過程中研究團隊需要不斷進行討論，希望能藉由相互對話激盪出適合之劇本。

（五）專家諮詢與座談會

數學史劇本的編寫與故事的鋪陳對於一般中學教師而言，並非簡單的任務，因此，除了從書籍或培訓中瞭解劇本寫作的基本知識與制式的形式架構外，領域專家在專業知識與經驗上的分享，亦是相當重要的一環。

研究者將本研究中，數學史劇本創作歷程、知識元素、劇情元素以及相關介入策略等架構以圖 1 來呈現：

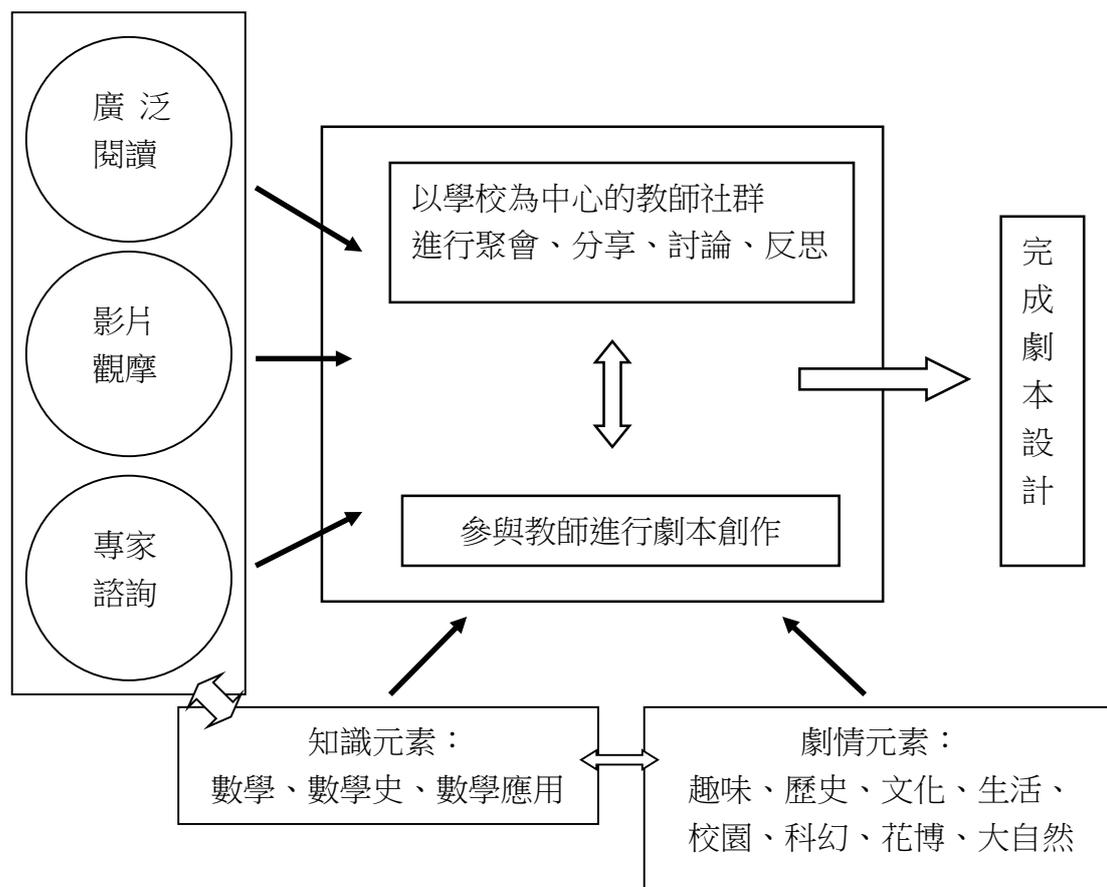


圖 1 數學史劇本創作與介入策略架構圖

二、研究對象、參與人員及研究場域

本研究主要目的是以數學史劇本設計引動教師專業成長，因此，參與本計畫的數學教師是本研究主要研究對象，此四位教師教學年資均超過十年以上，平均教學年資為 15.5 年，他們的基本資料如表 1 所示。同時，研究參與者除了四位參與數學史劇本設計的數學教師以及一位師資培育者為主要成員之外，還包含了四位研究生，進行觀察、記錄與討論的工作。

本研究的研究場域，主要以捷運高中為中心，原則上每兩週進行一次聚會討論。主要工作為收集劇本相關的數學史資料、並進行閱讀、反思、討論、影片欣賞以及劇本設計等。研究者的身份既是參與者，諮詢者，也是觀察者，除了全程參加參與教師們的討論聚會外，並且針對參與教師們所提出的問題，或所遭遇的困難，提供諮詢的管道。另一方面，研究者也在計畫執行期間，持續進行觀察蒐集資料，以評估參與教師的專業成長狀況。

表 1

參與教師基本資料分析表

成員	性別	教學		何時開始	是否曾經使用	是否曾撰寫
		年資	學歷	接觸數學史	數學史融入教學	數學史劇本
L 師	女性	12 年	碩士	大四	否	否
T 師	男性	26 年	40 學分 班結業	2002 年國科會 計畫相關活動	是	曾與團隊 合作撰寫
H 師	女性	10 年	學士	大三	是	否
S 師	女性	14 年	碩士	大四	是	是

三、研究流程與步驟

本研究的流程主要分成「觀摩」、「資料蒐集」、「劇本撰寫」、「劇本產製」、「分析」五個階段：

(一) 觀摩階段

首先研究者與參與教師先進行文本分析，每一次的文本分析是提供一個深度而非廣度的分析，主要傾向專注於單一文本的詳細分析，我們所選擇的文本是國立教育資料館所拍攝之數學史動畫。因為文本分析包含對細節的仔細關注及嚴格質問，閱聽人需要被引導不要下立刻直接的評斷並且應被鼓勵提出支持他們觀點的證據。這種類型的分析意味「把熟悉的變陌生」—這些數學概念原本是教師很熟悉的，但是此處教師必須仔細觀察這些概念如何被布置而且思考為何他們被以這種方式組合在這個過程裡，也要瞭解影像與聲音文本必須向其他文本一樣被「閱讀」。因此我們也要求教師觀賞數學相關動畫，並寫下教學目標以及心得。

(二) 資料蒐集

這個階段中，參與教師針對各自所選定感興趣的主題單元主題，進行數學史與相關數學知識的深入研究。所選主題必需適合中學生學習的題材，太深奧的內容非但不適於學生，其數學精神也不易於劇本與動畫中呈現。再者，訂定主題後，開始藉由書籍、網路、期刊等媒介進行資料之蒐集與求證，選取適用的題材。

(三) 撰寫劇情設計

在選定主題單元，以及完成相關資料之蒐集後，參與教師在此階段必須思考如何轉換成劇本模式，初步寫出對這個故事的描述，並簡介其對特定閱聽人的吸引力，同時並提出人物簡介、情節摘要與成本。因此教師依所選之主題，列出單元教學目標及相關能力指標，適用對象，人物簡介、情節摘要，並對其餘教師介紹。

在劇本撰寫過程中，研究群引進 Jahnke (1994) 的「詮釋學循環」(hermeneutics cycle) 以便發展「文本-脈絡-讀者」之心理探究與反思能力。Jahnke (1994) 認為當教師將歷史引進教學活動時，他必須同時說明數學知識的「斷代」與「演化」面向，也就是在古代數學家、數學物元，以及數學理論之間的互動環和數學史家以及數學史研究成果做出詮釋，於是構成一個所謂的「詮釋學循環」。在這個循環過程中，任何人包括教師或學生都扮演了「詮釋者」的角色。這種心理探究結合數學學習心理學、HPM、課程、教學。詮釋學方法的運用，無法將詮釋者排除在外，在本研究中研究者與參與成員建立「共同學習夥伴關係」(co-learning partnership)(Jaworski, 2001)，深入數學文本，成員間互相討論、集思廣義，以引動學生數學學習動機為主軸，進而研究獨立單元之動畫劇本。

(四) 劇本產製

此一階段，透過小組成員定期對創作劇本分享與意見討論，輔以專家諮詢和座談會，參與教師不斷進行反思與探索，並修改劇本。過程中，有關於數學史和數學知識二者之協調，教師必須深入詮釋。研究者以圖 2 的模型來說明此一實作模型。此模型中的 T 代表教師教學；E 代表教科書編者；S 代表課程標準；K 代表數學知識；C 代表教科書內容；M 是古代數學家；O 是數學物元；T 是數學理論；I 則是體會各循環之後的自我詮釋。如圖 2 所示：

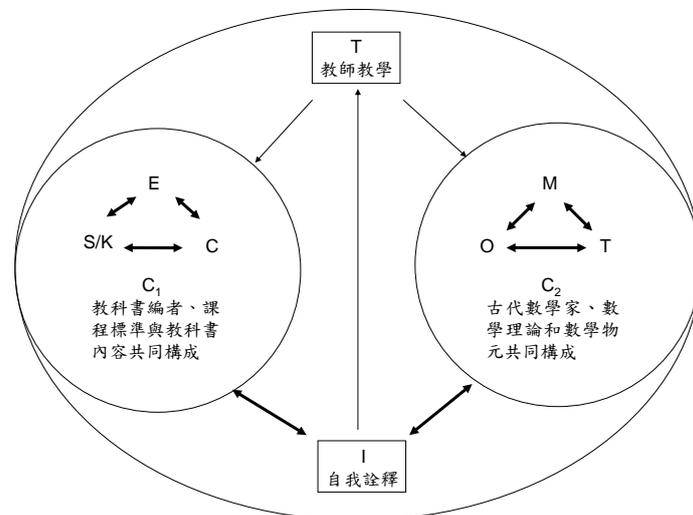


圖 2 HPM 實作模型。引自「運用古文本於數學教學—以開方法為例」，蘇意雯，2007，*台灣數學教師(電子)期刊*，9，65。

以劇本寫作來考量，除了在 C₁ 理解教科書上的教學安排，經過自我詮釋瞭解內涵外，必須到 C₂ 中開始尋找中、西方的素材，經過小組討論後，蒐集到歷史的素材。接著，又回到了自我

詮釋的部分，希望能用深入淺出的方式，佈置出相關的情節。最後，在教師教學的部分，則以動畫的方式來呈現。依循此模型的運用，我們希望能藉此先製作出數學史的劇本，參與教師也能藉由此一進路，得到專業上的成長。

（五）分析階段

藉由研究資料之搜集，分析參與教師們的初始狀態及觀察紀錄參與教師們如何進行劇本撰寫，以瞭解以學校為中心的教師社群，如何幫助現場教師完成數學史劇本之撰寫，也從中分析探討藉由研究設計規劃，在研究進行的歷程中，現場教師們所獲得的專業成長，以及個人教學與數學相關信念之改變情形。

四、研究資料之蒐集

本研究中藉由問卷填答、現場觀察、訪談、討論、心得撰寫以及成品分享，期望瞭解參與教師們在參加研究前後之專業成長與改變。研究中所蒐集、分析的資料來源如下：

- （一）會議資料：包含每次開會的會議記錄以及會議錄影資料。
- （二）回饋單：針對每次開會討論的內容與教學過程，設計相關的回饋單，即時瞭解參與教師的想法，以及學習上的心得與回饋反思，並瞭解所遭遇的困難。
- （三）觀察筆記：在本研究每次上課與開會的過程中，透過研究生們對於參與教師的近距離觀察與互動，記錄參與教師的學習狀況以及成長與轉變。
- （四）訪談資料：針對參與教師進行訪談，以便於事後的分析與觀察，期瞭解教師在研究歷程中各個階段的想法與情意，以及隨研究歷程所帶來的成長與轉變。
- （五）學期心得：透過參與教師的自陳，於每一學期末各繳交學期參與本計畫的心得報告，陳述其學習、寫劇本、作動畫之心得、感想以及自身的成長與轉變。
- （六）數學史劇本：參與教師最終所完成的數學史劇本。
- （七）信念問卷：在研究一開始，研究者請參與教師填答呂玉琴與溫世展（2001）所發展的數學教學相關信念問卷，研究結束時，也請參與教師再度填寫該份問卷。
- （八）專家審查意見：在動畫完成之後，諮詢專家針對數學史動畫提出評論與建議。

透過「觀察」、「訪談」、「文本收集」等多元性的資料來源與蒐集方法，探究參與計畫的數學教師們其專業成長過程，並以多重觀察方法，多種資料、多位研究者的方式進行觀察，除了所收集轉譯的資料請參與教師確認之外，碩士班研究生先做初步的探討分析，接著再由博士班研究生與師資培育者做進一步的核證，以確保分析的三角測定，提高研究資料的可信度。

五、資料之編碼

本研究中，資料的編碼方式為「來源-知識情意-資料類別-日期-教師」共五碼。「來源」、「知

識情意」、「資料類別」與「日期」編碼方式如表 2 所示。其中「來源」為影響參與教師或造成教師專業成長的來源。包含了 TS（教師自己）、PT（專家建議）、OT（其它教師）、ST（學生）、BK（書籍）、OS（其它資源，如網路等）共 6 類。而知識情意則分成 CK（數學知識）、HMK（數學史知識）、PCK（數學教學知識）、SK（對學生的知識）、BF（信念）、PK（劇本知識）、OT（其它教師）、LF（生活知識）、OC（其它特質）等 9 類。而資料類型包含了記錄（會議記錄）、回饋（教師回饋表）、觀察（會議觀察）、訪談（教師訪談）、專家（專家審查意見）、問卷（信念問卷）、心得（教師心得）、劇本（數學史劇本）。最後一碼則為教師代碼，包含 T 師、S 師、L 師、H 師。

例如研究者對其中之一參與教師於 99 年 08 月 20 日進行訪問的對話：「我認為數學是解決問題的工具、也是一種溝通的工具，更是一切科學的根本知識，所以大家都應該學習數學的語言、具備數學的知識。」，以 TS-BF-訪談-20100820-T 編碼呈現。又例如 T 師於 99 年 10 月 13 日的小組會議中發表的談話紀錄：「古人寫了很多案例，包括植物、向日葵的、葉序生長、人體骨骼、螺旋線，很多都印證黃金比例，很不容易。」，以 TS-HMK-紀錄-20101013-T 編碼呈現。

另外，劇本部分因未有具體日期，因此於學生與教師觀看影片的心得部份以「資料類型-劇本名稱」二碼表示。而本研究中以 CA 指稱微積分劇本；以 TR 指稱三角劇本；以 CS 指稱圓錐曲線劇本；以 FS 指稱斐氏數列劇本。

表 2

本研究資料之編碼

來源	知識情意	資料類型	日期
TS（教師自己）	CK（數學知識）	記錄（會議記錄）	西元年月日
PT（專家）	HMK（數學史知識）	回饋（教師回饋表）	20110101
OT（其它教師）	PCK（數學教學知識）	觀察（會議觀察）	
ST（學生）	SK（對學生的知識）	訪談（教師訪談）	
BK（書籍）	BF（信念）	專家（專家審查）	
OS（其它資源，如網路等）	PK（劇本知識）	問卷（信念問卷）	
	EM（情感）	心得（教師心得）	2011 期中
	LF（生活知識）		2011 期末
	OC（其它特質）		2013 期末
		劇本（數學史劇本）	
		CA（微積分）	
		TR（三角）	
		CS（圓錐曲線）	
		FS（斐氏數列）	

肆、研究結果與討論

一、研究結果

首先，研究者針對研究歷程中，參與教師針對本研究設計之回應，進行下列說明：

(一) 藉由教師社群的對話，參與教師互相激勵

在教師社群運作的過程中，可觀察出資深教師在數學知識或教學經驗的分享上，起了火車頭的帶動作用，同時也鼓勵、感動了其它參與教師：

我很佩服 T 老師，他說他快要退休了，可是他都永遠那麼認真、戰戰兢兢的做好每一份工作。每次的討論，不管他多忙多累，他都不會缺席，並且踴躍發言，準時繳交回饋單，這不知道要有多大的毅力和堅持才能做到。(OT-EM-心得-20110613-L)

由 T 老師的心得分享，讓我瞭解多元思考的方式與教學文化傳承的重要，這也是資深教師應有的責任。(OT-OC-回饋-20110223-S)。

而同儕教師在設計故事上的出色表現，也成為仿效學習的對象：「我覺得 H 師可用「驚豔」兩個字來形容！沒想到她竟然可以把數學寫成那麼吸引人的小說」(OT-EM-心得-20110613-L)。另外，在會議回饋單之中，教師們也提及團隊、伙伴的重要性：「團體（團隊）的力量，頗有影響力的。」(OT-OC-回饋-20101215-L)「藉由 L 老師、S 老師的綱要描述，會產生壓力（另一種推力）。」(OT-OC-回饋-20110311-T)「多虧 L 老師協助，否則真要開天窗了。」(OT-OC-回饋-20101110-T)「學習社群是一種增進自我很好的方式，有同伴的陪伴，比較不孤單。」(OT-EM-回饋-20110223-H)

從上述教師們的回饋裡，也顯示教師社群帶來的影響力與彼此間相輔相乘之效。也就是說，研究過程中固定的聚會討論是劇本寫作歷程的基石，同時，資深教師的帶動以及成員間的砥礪亦是推動社群運作的重要動力與助力。

(二) 閱讀讓教師認識數學知識之不同風貌

閱讀是本研究中引動教師專業成長的重要元素，透過廣泛地閱讀數學史及數學教學相關書籍，以及固定的討論與心得分享，諸位教師得以認識數學知識的不同風貌，也反思過去的學習歷程與教學活動 (OT-BF-記錄-20101013)。從參與教師最終所設計的劇本內容可發現，這些劇本涉及了數學與歷史、文化、建築、生活、測量、大自然以及美學等面向 (TS-HMK-劇本-CS-S、TS-HMK-劇本-CA-H、TS-HMK-劇本-TR-L、TS-HMK-劇本-FS-T)。而數學內容的取材，亦不限於教科書中的數學知識，包含了圓錐曲線作圖器、定義的由來與正焦弦的意義，又或者戴德金分割、卡瓦列利原理和微積分發展史中，牛頓與萊布尼茲的不同觀點，也包含與測量星球距離

與半徑有關的三角知識，同時，也討論了黃金分割、古希臘黃金比例等涉及數學之美與數學哲學的主題（TS-HMK-劇本-CS-S、TS-HMK-劇本-CA-H、TS-HMK-劇本-TR-L、TS-HMK-劇本-FS-T）。而此「閱讀→報告→反思」的進路，正是促進教師專業成長的重要向度。

（三）影片觀摩與欣賞提供編寫劇本之靈感

在本研究中，教師們觀摩與欣賞的影片計有：迪士尼數學樂園動畫，DISCOVERY 所發行之伽利略傳記影片、中國科技古文明探索影片、國立教育資料館關於數學史的動畫、中小學教材相關的 FLASH 動畫等，同時也加上由成功高中數學教師們所編，話劇社同學們所演的數學史影片。（MV-PK-紀錄-20100819、MV-PK-PK-紀錄-20101215、MV-PK-紀錄-20101013、MV-PK-紀錄-20101124、MV-PK-紀錄-20101229）

透過上述影片賞析與觀摩的過程，以及影片欣賞心得分享所引發的討論與集思廣益，參與教師們也對於自身數學史劇本的編寫與設計上，得到諸多的靈感與新想法：

發現大家著重的點不大相同，比如大部分人都覺得第二部很沉悶，但 S 老師覺得它有呈現史料，能找出它的優點，果然專門學數學史的人看的點和我們不一樣。」（MV-HMK-回饋-20101229-H）

從影片欣賞中看到不同方式的呈現，適當的佈局及配樂會大大增加影片吸引人的程度。」

（MV-AK-回饋-20101124-T）

「伽利略的對話錄」內容及劇情，歷史背景與對話適當穿插，讓整個過程高潮迭起，又能表達伽利略的想法，是一部非常棒的影片。（MV-AK-回饋-20101229-T）

每看一次影片，對於我自己未來即將要編排的劇本的想法，都會不大一樣，看影片其實是有幫助的。（MV-AK-回饋-20101229-H）

（四）討論讓劇本創作更精緻

創作數學史劇本是本研究中參與教師的主要工作。隨著教師們大致擬定所欲融入的數學、數學史知識內容之後，便開始關注於「劇情」的設計本身。包含角色之設計，角色的個性，所在的時空與場景，故事的設計與鋪陳，並討論如何讓故事更動人，增加「趣味」、「衝突」、「懸疑性」以及「張力」等元素（TS-PK-心得-2011 期末-L、TS-PK-心得-2011 期末-S、TS-PK-心得-2011 期末-H、TS-PK-心得-2011 期末-T、OT-PK-記錄-20110513、OT-PK-記錄-20110513、OT-PK-記錄-20110608）。最後，在劇本初稿定稿之前，參與教師們也討論了「數學與數學史知識」以及「劇情之趣味可及性」的比重之間作衡量與調整取舍。（OT-PK-記錄-20110513、OT-PK-記錄-20110608、OT-PK-記錄-20110615）

整個研究過程中，參與教師不僅在數學學科本身的專業知識上有所成長與新的認識，並對於一般數學教師甚少接觸的領域「編劇」，包含劇本創作、劇本寫作、劇本寫作的重要元素與流程，以及如何將數學、數學史素材與故事劇情相結合等方面得到了啟發與成長：「針對劇本的內容作實際的討論，什麼地方不好提出意見來修改，這些意見不僅對劇本的寫作有幫助，也對未來自己在進行相關單元的教學時，有一定的助益。」(OT-PCK-回饋-20110608-T)「經由討論，可釐清概念或引入新的想法。」(OT-CK-回饋-20100929-L)

從教師們的回饋與心得，我們也可以發現，透過伙伴們之間的討論與反思過程，可以幫助瞭解更多元的觀點與不同的見解，從而在劇本寫作與教學上得到啟發：「藉由同儕的集思廣益，使自己的思考多元呈現，增加寫作方向的視野，讓我的思考脈絡更加完整。」(OT-PK-回饋-20110223-H)「知道其他伙伴要如何編排故事情節，讓自己也有不一樣的想法。」(OT-PK-回饋-20101215-T)「與同儕的討論中，除了可以新增知識與見聞之外，也可以釐清自己的概念，再調整蒐集資料的方向。」(OT-CK-心得-20110128-S)「其他老師的建議也讓自己對於題材的蒐尋更有方向。」(OT-CK-回饋-20101110-L)「在與大家的討論過程中，我學習到劇本的數學內容可以不用太多，能夠讓老師在播放時隨時可以停止問問題，在動畫影片播放時要注意要求學生作筆記或報告，以增進學生的學習效果。」(OT-PCK-回饋-20110426-L)

(五) 專家諮詢與座談會開拓參與教師之視野

數學史劇本的編寫與故事的鋪陳對於一般中學教師而言，並非簡單的任務，因此，除了從書籍或培訓中瞭解劇本寫作的基本知識與制式的形式架構外，領域專家在專業知識與經驗上的分享，亦是促成教師們獲得專業成長的重要因素。座談會上任團長的分享，帶給參與教師很多啟發：「利用舉例的方法讓我們明瞭什麼是感人的劇本。例如：『8歲一個人去旅行』，光是劇名就讓人有期待與想像的空間。接著利用動作和語言來表達表達出害怕、興奮的情緒。」(PT-PK-心得-2011 期末-T)、「任團長經驗分享所舉的三個故事例子，對個人的想法產生些許影響，尤其在『感性』的層面上。」(PT-PK-回饋-2011 期末-L)。此外，參與教師也體悟到故事的衝突性，引發讀者的共鳴：「由雞城故事說明如何利用誤會或委屈產生衝突，當故事內容貼近觀眾的日常生活，若誤會或委屈是觀眾有發生過的經驗，就更容易引起共鳴與感動。」(PT-PK-心得-2011 期末-T)座談會中，特別強調劇本的「有趣性」以及如何營造出故事中的「衝突點」，以產生出乎觀眾意料之外的結果，進而吸引閱聽人的目光(PT-K-記錄-20110420)。參與教師們也從中得到創作的靈感和啟發，進而修改了原本所設定的劇情內容，更明確了劇本編寫的理念與方向。

專家的分享一方面使得參與教師們反思吸引學生的元素，同時也更瞭解創作劇本的基本技巧與注意事項。劇本設計完成後，也邀請大學教授以及其他學校的高中教師提供建議與改進方向。教師們提到了審查者的建議對數學知識上的幫助，例如專家們對於 H 師的劇本提出了「戴德

金分割 (Dedekind cut) 是指實數扮演著對有理數分割的角色，但是在利用下和、上和夾擠積分值的時候，所牽涉到的『上、下和』中的成員並不全是有理數的子集合。因此若要以戴德金分割聯繫積分的上、下和，需要更細緻的說明。」、「戴德金分割與卡瓦列利原理之連結宜加強！」。就讓 H 師表示在專家審查過程中，對自己劇本中的數學知識更加瞭解：

在作品請專家審查以及請他校教師實施後，筆者的確也非常有收穫，比如大家都有提到的，劇本中戴德金分割的部分的確未有交代與微積分的關係，以及它的重要之處 (PT-CK-心得-2013 期末-H)

劇本中卡瓦列利原理與黎曼和的差別在於一個是分割體積，一個是分割面積，不同的維度拿來一起呈現，似乎容易讓讀者混淆，或者不容易比較出其中的差別，這是之前在教學時筆者未曾注意過的觀點，也因為有此次的機會，讓我對它有了重新的體認。(PT-CK-心得-2013 期末-H)

L 師的劇本故事情節為兩名高二的學生在放學回家途中因時空震盪被拋置太空中某未知星球，在可看到遠方的地球，及不知道該星球大小的情況下，必須算出該星球與地球的距離，如此才有機會回家。在劇本中 L 師畫出下圖 3，並說明假設地球為 E 點，人在 A 點，目標是希望能求出 \overline{AE} 長。針對這樣的安排，專家也提出「E 必須在 ABO 所形成的平面上，這一點似乎未見強調，否則無法確定相關角度。並且若是 ABO 的關係是在緯圓上，則對 E 取觀察的角度要特別說明。」。讓 L 師反思：「張教授所說的盲點，重新想過共平面的問題。」(PT-CK-記錄-20130619-L、PT-CK-專家-2013-L) 以及「感謝蘇教授安排了專家諮詢，其中張教授一針見血的指出了劇本中的疏漏之處，如圖 3，劇本中需強調 A、O、B、E 四點共平面。雖然之前我反覆詳讀參考資料多次，但始終忽略了『A、O、B、E 四點共平面』的陳述。」、「藉由其他老師動畫的專家意見回饋，也學習去瞭解戴德金分割的進一步意義，與三角測量中共平面的問題。」(PT-CK-心得-2013 期末-L)

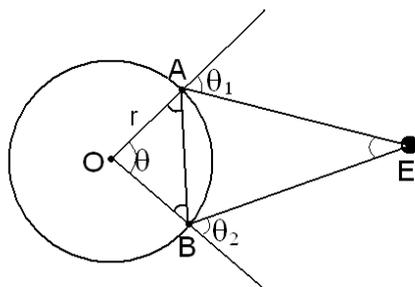


圖 3 三角函數劇本之附圖

由上述可看出，座談會以及專家諮詢和審查，提供參與教師們有關創作劇本上的幫助與靈感，前者使得教師們更瞭解好劇本的重要元素，後者則釐清了教師們數學知識上的盲點，也促進數學知識上的成長。

以數學史劇本引動數學教師專業成長的策略包含兩大主軸：(1) 以學校為中心的教師社群進行聚會、分享、討論、反思。(2) 參與教師進行劇本創作。對於劇本內容而言，基於教師自身的數學與數學教學信念，進行知識元素和劇情元素的融入。研究主軸進行的過程中，並藉由廣泛閱讀、影片觀摩以及專家諮詢等策略的介入，一方面推動教師專業成長，同時也精緻化知識元素、劇情元素的使用，以及兩者之間的融合、取捨與平衡，最終完成數學史劇本設計。

二、討論

以下我們進一步討論本研究中，透過數學史劇本設計以及相關介入策略，所引動參與教師所獲得的專業成長：

(一) 數學專業知識與數學史知識之增長

1. 搜尋數學與數學史相關教學素材與資料的能力增強

透過資料檢索的過程，教師們培養搜尋有用而可信參考資料的能力，並藉由成員們的分享，認識並閱讀更多優良的數學普及讀物。同時，教師們亦能從《HPM 通訊》、台灣數學博物館、高瞻計劃資源平台、國立教育資料館之中的數學、數學史影片等網路資源，獲得所需的材料以及相關的數學與數學史知識。我們以 L 師和 H 師為例，他們分別提到：

在蒐集資料的過程中，蘇教授也提到了高瞻計畫，我覺得裡面有許多資料可以當作高中教學的補充教材，例如弧度制及三角測量。雖然我目前並未將它放入劇本中，但是我覺得對教學很有幫助，也算是自我成長。(OS-CK-心得-20110613-L)

這一學期的討論，增加了許多數學史的知識，知道了許多好書，例如阿草的數學天地、什麼是數學...等，也發現在網路上有許多可用的資訊，例如高瞻計畫...等等。(BK-HMK-心得-20110128-L)

我想，收穫最多的其實是自己。對於三角函數的課外資料比較熟悉，手邊隨時有多本相關書籍可供查閱。對於數學小說（例如爺爺的證明題、博士熱愛的算式...）或相關的科學繪本（魔法校車...）的興趣漸增。(BK-CK-心得-2013 期末-L)

構思劇本，將高中數學的內容融入故事情節。對我而言，收穫最多。從一開始搜尋資料，感謝教授及團隊老師提供許多建議，讓我能善用網路資源及課外書籍，解決當初構思劇本的問題。

(OS-PCK-心得-2013 期末-H)

藉由資料的蒐集，豐富了數學史的知識。(OS-HMK-心得-2013 期末-H)

在教師們接觸了許多數學普及讀物之後，L 師也打算將自己看過的數學普及讀物，用於教學過程中：「當初閱讀過的文獻及資料，即使有一些並未放入劇本中，但卻能成為日後教學的補充資源。」(BK-CK-心得-2013 期末-L) 因此，透過書籍與相關網路資源的閱讀，的確能為參與教師無論是在搜尋資料能力上或者是自身數學、數學史、數學教學等專業知識上帶來成長與助益。

2. 數學專業知識之成長

研究過程中，四位教師除了針對選定的單元，進行相關數學知識與數學史資料之搜集、閱讀與統整之外，閱讀與討論的內容也包含其它老師相關主題單元的數學知識、數學史知識。透過大量閱讀、數學史學習單觀摩，以及反思和討論的過程，參與教師在本研究的四個數學主題之相關數學專業知識上獲得成長。例如：

與同儕的討論中，除了可以新增知識與見聞之外，也可以釐清自己的概念，再調整蒐集資料的方向。(OT-CK-心得-20110128-S)

看了這本書，我才知道實際上地球的緯度計算的方式與基本的繪製地圖的方法，增加了許多實用的知識。(BK-CK-心得-20110128-L)

高瞻計畫的內容有許多是針對高中數學教師設計的，當中有關三角函數的部分很豐富，許多內容雖然設計動畫用不到，但是教學上會有幫助。(OS-CK-回饋-20101124-L)

參與教師們也分別從其它教師所設計的劇本內容，學到過去不瞭解的數學知識：

關於圓錐曲線作圖器，重新想了相關的數學原理。(OT-CK-記錄-20130619-S)

戴德金分割以前沒有深入想過，和以前有不一樣的想法(用有理數去定理無理數)。(OT-CK-記錄-20130619-H)

討論過程中，從別人角度看事情(例如:三角測量之前沒想法這樣的呈現方式)。(CK-記錄-20130619-L)

3. 數學史知識之成長

從參與教師的反思以及會議的討論中，我們可以發現參與教師從閱讀數學普及讀書、數學史資料，也從設計數學史劇本並与其它教師分享、討論的過程中，在數學史知識上獲得成長：「這一學期的討論，增加了許多數學史的知識，知道了許多好書。」(BK-HMK-心得-20110128-L) 「更瞭解圓錐曲線正焦線、三角函數測量相關數學史。」(OT-HMK-記錄-20130619-H)

而數學史知識相當豐富的 S 師，也分享了研究過程中的收穫：

從與其他老師的討論以及其他老師的動畫中，我還是學得了應用數學史的不同角度觀點。傳統上我的數學史應用在課堂上，都是利用學習單來作學習，其實編個故事也不錯，學生從故事情節中學習會更加生動有趣。(OT-HMK-心得-2013 期末-S)

可見從聚會討論以及觀摩其它教師的劇本，有助於參與教師數學史知識的增長。另外，L 師也提到：「有學生來問問題，所以去找相關歷史資料作整理。」(ST-HMK-記錄-20130619-L)

最後，從這些教師最終所設計的作品「數學史劇本」裡，亦可看出這些教師在數學史知識上的學習成果與相關應用。例如：圓錐曲線正焦弦的意義與發展史(TS-HMK-劇本-CS-S)、微積分發展過程牛頓與萊布尼茲的不同觀點(TS-HMK-劇本-CA-H)、三角測量的相關歷史(TS-HMK-劇本-TR-L)以及斐氏數列和黃金比之歷史等(TS-HMK-劇本-FS-T)。

4. 領略數學的多元面向

透過數學閱讀以及討論、反思與諮詢的過程，以及數學史元素的加入，諸位老師們更加認識了數學知識的不同風貌，也瞭解引入數學史帶給學生多元認識的機會：「教學操作在自己的手上，有些必須完整陳述，融入數學史主要作為動機，課本以外另一個面向接觸，讓學生多元認識。」(TS-PCK-紀錄 20101027-T)

另外，從參與教師的回饋：「在思考有關三角部分的劇本內容時，我希望達到以下原則：……。三、與日常生活結合。」(TS-LF-心得-20110128-T) 或者「知道自然界及建築的黃金分割比例的例子，可在教學時提起。」(OS-CK-回饋-20101013-T) 乃至於教師設計劇本所包含的「海綿寶寶」、「花博」、「數學小說、校園生活」(TS-LF-紀錄-20101215、TS-LF-紀錄-20101229) 等情境，可看出參與教師嘗試將數學與日常生活結合。

(二) 反思自身之數學教學

歷經本研究中學習寫劇本與製作動畫的過程，參與教師也從中反思自己的教學：

經由教師的交流，吸收這些資深教師的教學經驗，這些經驗也都潛移默化地成為教學的一部份。另外，在製作動畫的過程中，由於需要去思索如何呈現的問題，同時就會思考這樣的教學成效如何，並進一步去改進自己這方面的教學技巧。(OT-PCK-心得-2013 期末-S)

所謂「不經一事，不長一智」。經由此次的計畫參與，讓我在教學的生涯，擁有更多元的視野，更勇於嘗試不同的教學方法與研究。更重要的是，它讓我在教學的過程中，更加注意以學生的角度去思考教學方法的適妥性。(TS-PCK-心得-2013 期末-T)

從自己三角函數劇本的設計中學習，學習如何將科普書中的知識打亂重整，並作了一個教案。(TS-HMK-記錄-20130619-L)

對知識看法及呈現方式有不同感覺，高中老師（雖）具備這些知識，但切入角度不同，潛移默化受到影響。（OT-PCK-記錄-20130619-T）

透過本研究的過程，參與教師不止學習如何設計數學史劇本，更對教學方面獲得了啟發與改變。諸位數學教師接觸數學史等多元的面向後，更有能力，也更願意利用更多元的方式於融入數學課堂中，例如 T 師提到：

拓展原有的生活經驗及學習慣性，去接觸純數學教學以外的領域（例如劇本及動畫）。如今在教學時，除了以往我重視的講解清楚、條理分明之外，我也會去注意嘗試把其他元素（例如故事導引或動態的概念）放入教學之中，讓教學更多元。（OS-PCK-記錄-20130619-T）

不盡然會改變教學內容，但多了更多選擇，詮釋方式更多元。引起學生動機方面，例如：黃金比例相關單元有學生畢業後回來問，提供另外一種介紹方式，故事容易讓學生接受，起個頭之後，有興趣的學生會更認真，嘗試去理解。學會從更多元的面向切入教學。（OS-PCK-記錄-20130619-T）

另外 T 師與 S 師也提到教學想法上的改變：「重視數學史與數列之間的連結，才不會格格不入，也才能相輔相乘。」（TS-HMK-紀錄-20100915-T）「由任團長的演說中，我也感受到其實當老師站在台上時，同時也是一位演員，必須要讓自己的表演能夠感動學生。」（PT-BF-心得-2013 期末-T）「對學生學習而言，動態的圖形學習效果比靜態的更容易理解與吸收。」（OS-BF-心得-2013 期末-S）

透過研究一開始和研究結束所填問卷的比較，我們也發現參與教師們在信念上的改變。教師們對於數學教學信念問卷上更加認同的項目包含：「數學宜採學生討論、發表的教學法」，「數學教學活動應與生活結合」（OS-BF-問卷-20110819），除了過去習慣的傳統講述式教學法之外，教師們轉而認為，教學過程中，學生之間的討論與發表是重要的，也認為數學應與生活之間作實際的連結。這顯示出參與教師教學轉變的契機，能重視學生討論以及數學的實用面向。且參與教師們不再認為「數學老師需要直接解答學生所提的問題」、「數學教學應該要能在短時間內看出成效」，「傳統的紙筆考試能夠客觀地評量學生學習能力」、「評量應該要容易計分」。（OS-BF-問卷-20110819）從這裡看出，他們對於數學知識評量的觀點也有所改變，質疑方便計分的紙筆測驗，是否能真實地評量學生真實的能力，也思索不應著重短期的成效，而是長期的學習與思考能力等。綜合來看，透過數學劇本寫作的過程，讓這些教師反思了自己的教學與評量，並埋下新的希望種子。

(三) 學習劇本寫作與完成劇本

參與教師除了在數學與數學史知識上的成長之外，學會編寫劇本以及完成劇本創作皆是參與者主要收穫與成長。研究中，除了劇本寫作相關培訓之外，也邀請了紙風車劇團任團長參與座談會，為各位老師解決劇本編寫之問題與相關的經驗分享。專家諮詢與座談會帶給參與教師很多收穫，在座談會的過程中，任團長以劇團中「8歲一個人去旅行」、「雞城故事」、「阿第谷」等三齣戲劇的劇情設計，演示了如何從個別角色的個性、所發生的事件等面向出發，擴張至整個故事架構的鋪陳。使得諸位教師在劇本創作上獲益良多。參與教師們提到：「任團長經驗分享讓我學習到劇本創作的技巧與應注意事項，這項對於門外漢的我來說，幫助非常的大。」

(PT-SC-回饋-20110420-L)、「座談會相關問題諮詢針對我們的劇本型式，詢問團長的意見，從團長的回應中知道劇本的設計是否可行與應注意的方向、角度與內容等。」(PT-SC-回饋-20110420-S)。座談會的安排，著實為大家解決編寫數學劇本過程中所遭遇的一些困難和問題(PT-PK-記錄-20110513、PT-PK-記錄-20110608、PT-PK-記錄-20110615)。「劇本創作期，是收穫最豐碩的階段。期間學到了劇本寫作的格式，也接受『紙風車』任團長的創作技巧指導。」(PT-PK-心得-201306-T)

參與教師們都從任團長的經驗分享中，得到創作的靈感和啟發，進而修改了原本所設定的劇情內容，也更明確了劇本編寫的理念與方向。四位參與教師在數學史劇本設計歷程中對於劇本故事與情節的安排上皆發生了轉變，以下將分別加以說明。

在研究團隊中，S師具有較豐富的數學史知識，因而從研究一開始便有了明確的目標，然而劇本中，所置入的數學知識與數學史知識密度太高，經專家諮詢後，適當刪減內容，聚焦在圓錐曲線作圖器部份，為了吸引學生興趣，故事內容也以學生熟知的卡通人物為主。

H師原欲以牛頓與萊布尼茲之間對於微積分不同的想法作為故事的主軸，後來為了引發學生動機，以及貼近學生的校園生活，先進行數學小說創作，將小說背景改成校園，並以故事中男女主角兩位學生對於微積分想法的不同觀點，分別代表牛頓與萊布尼茲的想法，最後再將小說改編成劇本。

L師原欲以相關數學史發展作為故事背景，後來在閱讀更多數學史書籍之後，改成以測地探險隊測量地球半徑為故事主軸，最後又為了能引發學生興趣，將數學史上測量地球半徑的想法隱含其中，把劇本改成具科幻形式的未來世界外太空探險。

T師原欲以古希臘數學家對黃金比的想法為背景，後來一方面為了呼應當時流行的花博參觀，也為了貼近學生的生活，並以引發動機與共鳴，最後將劇本改成以校園、學生為主體，並將數學史料與花博活動、相關景物圖片作連結。

經過戲劇專家對劇本創作的經驗分享，以及相關諮詢與討論後，教師們在數學史與趣味間抉擇，最終選擇專家的建議與想法，採納了戲劇化、張力、趣味性等元素，轉向能吸引學生為主的故事情節，包含科幻、卡通、校園生活與花博等。而這些作品的內容不再局限於數學史或數學知識，而是呈現出數學與歷史、文化、建築、生活、科幻、測量、花博、大自然以及數學之美之連結。此時數學史已非劇本情節的主軸，數學史故事不再貫串整場，而是將之融於故事中，時而成為教材內容的知識主體，時而擔任穿針引線的角色，純數學史劇本轉變為更多元化的劇本，如表 3 所示。

表 3

數學史劇本涉及之多元面向

劇本名稱	數學知識	數學史與數學文化內涵	數學與生活應用	劇情元素
圓錐曲線	圓錐曲線作圖器	正焦弦的意義	數學與建築	海棉寶寶
	圓錐曲線定義	圓錐曲線史		卡通人物
	圓錐曲線命名由來			
微積分	黎曼和	微積分發展史	數學與擀麵	校園生活
	戴德金分割	牛頓與萊布尼茲的不同觀點		
	卡瓦列利原理			
三角函數	測量星球距離	三角測量史	外太空探險	未來世界
	測量星球半徑		測量	時空震盪
斐氏數列與	斐氏數列	古希臘黃金比例	花博與大自然	花博
黃金分割	黃金分割	數學之美		學校生活

伍、結論

研究者透過（1）以學校為中心之教師社群；並藉由（2）廣泛閱讀數學史及數學教學相關書籍、（3）影片觀摩與欣賞、（4）專家座談會經驗分享與諮詢、（5）劇本創作與討論等策略，經由研究期間參與教師的回應，以及相關的討論與觀察發現，本研究促進在職數學教師在數學知識、數學史知識、數學教學知識以及編寫劇本等面向的專業成長，最終參與教師們也完成了各自的數學史劇本。

基於上述之研究歷程，本研究發現參與教師們在以下面向有所成長與改變：

一、數學專業知識與數學史知識之增長

（一）搜尋數學與數學史相關教學素材與資料的能力增強。

（二）透過閱讀相關數學史資料或數學科普書，學到新的數學知識與數學史知識，並用諸於劇

本設計。也從其它教師設計的劇本內容，學到過去不瞭解的數學知識，以及從劇本寫作和專家回饋中，反思與自己劇本相關的數學知識。

(三) 領略數學的多元面向：透過閱讀、討論與分享，參與教師有機會接觸數學之於教育、歷史、文化、社會、生活、實用性、趣味性等多元面向，融入劇本設計中。

二、數學教學知識的反思

透過數學史資料與科普書籍閱讀、教學經驗分享與討論、影片觀摩欣賞、專家座談會等活動以及數學劇本的創作使得參與教師在數學教學想法上產生了改變，教師們歷經劇本寫作的過程中遭遇的困難，更能從學生的角度，看待數學學習的困難並反思自己的教學。

三、對劇本寫作的瞭解

參與教師們學會編寫劇本的架構與方式。最終分別完成以斐氏數列與黃金分割、三角函數、圓錐曲線、微積分為主題的數學劇本。

本研究主要透過數學史劇本的撰寫，引動參與教師們的專業成長，希望藉此一進路與策略，可以提供國內數學教育社群參考，讓師資培育以及數學教師專業發展的取向能更加多元豐富。本研究的規劃是由參與教師創作數學史劇本之後，再自行繪製成動畫，雖然在劇本的撰寫上，參與教師投注了相當多的精力，可是受限於動畫繪製技巧的不足，很多劇情的鋪陳在動畫中無法完整呈現，致使動畫成品並不完全盡如人意。研究者反思，日後相關研究在動畫部分，可委由專業人員繪製，讓數學教師專注於劇本創作，以及在動畫製作時，與繪製人員密切溝通想法，如此相信會有更為精緻的動畫成品產出。

在撰寫數學史劇本之歷程中，本研究所展現出的教師專業成長改變，是全體參與教師所共同顯露的部分，但是參與教師們雖然整體發展出上述的專業成長特質，事實上個別教師在每一面向上的成長狀態並不全然一致，例如之前就在數學史領域浸淫甚久，有濃厚素養的 S 師，在本研究中數學史知識之增長就不如未嘗試過運用數學史融入於教學的 L 師，還有常和同儕分享教學感受，獲得特殊優良教師殊榮的資深教師 T 師，經由本研究所引動的數學專業知識成長幅度也不如其他參與教師。也就是說，隨著個人的教學經驗及之前的學習經歷之差異，參與教師在各面向成長的層次也有所不同，針對個別參與教師的深入分析及探討，正有待之後更進一步的研究。

誌謝

本文得以完成，主要來自國科會的專題研究計畫(計畫編號：NSC 99-2511-S-845-001-MY3)的部份研究成果，在此感謝國科會之補助。至於文責部分，則由作者群自負。

參考文獻

- 王文科、王智弘 (2007)。教育研究法 (第 11 版)。臺北：五南。
- 行政院教育改革審議委員會 (1996)。行政院教育改革審議委員會總諮議報告書。臺北：作者。
- 吳佩芬、嚴貞、范光義 (2009)。專家於角色動畫故事構思之概念圖發展模式。科技學刊 (人文社會類), 18 (1), 35-50。
- 呂玉琴、溫世展 (2001)。國小、國中與高中教師的數學教學相關信念之探討。國立台北師範學院學報, 14, 459-490。
- 沈志龍、蘇意雯 (2009)。當動畫與學習工作單相遇—數學史融入國小數學教學之實作研究。教師天地, 163, 70-77。
- 林妙霜、蘇意雯 (2009)。數學史讓數學變有趣。師友月刊, 509, 81-83。
- 林芳玫、洪萬生 (2009)。數學小說初探：以結構主義敘事分析比較兩本小說。科學教育學刊, 17 (6), 531-549。
- 施昱光、蘇意雯 (2012)。運用數學史數位素材於國小教學之實作研究。國民教育, 52 (3), 65-71。
- 洪萬生 (2000)。《無異解》中的三案初探：一個 HPM 的觀點。科學教育學刊, 8 (3), 215-224。
- 洪萬生 (2001)。古代數學文本在課堂上的使用 (行政院國科會專題研究計畫成果報告, NSC 89-2511-S-003-031; NSC 89-3511-S-003-121)。臺北市：行政院國家科學委員會。
- 洪萬生 (2003)。數學教師專業發展與 HPM (行政院國科會專題研究計畫成果報告, NSC 91-2521-S-003-006; 92-2521-S-003-002)。臺北市：行政院國家科學委員會。
- 教育部 (2008)。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。臺北：作者。
- 教育部 (2009)。中小學教師專業學習社群手冊。臺北：作者。
- 傅麗玉 (2012 年 12 月)。「飛鼠部落」3D 原住民族科學動畫劇本之 WOLF 架構轉化：以「水中螢火蟲」為例。論文發表於第 28 屆科學教育國際研討會。國立臺北教育大學，臺北。
- 曾西霸 (1989)。編劇原理。載於馬景賢 (主編)，我們只有一個太陽：78 年度兒童戲劇研習營成果手冊 (頁 24-32)。臺北：臺灣省政府教育廳。
- 黃仕奇、楊德清 (2014)。數位動畫對小六學童數常識發展之研究。科學教育學刊, 22 (1), 33-55。
doi:10.6173/CJSE.2014.2201.02
- 劉柏宏 (2007)。探究歷史導向微積分課程與發展學生數學觀點之關係。科學教育學刊, 15 (6), 703-723。
- 歐用生 (1996)。教師專業成長。臺北：師大書苑。
- 潘世尊 (2000)。教師教學與課程發展的聯結：從自我反省、協同反省、到協同行動研究。課程與教學季刊, 3 (3), 103-120。
- 蔡幸霓、蘇意雯 (2009)。數學史融入國小數學教學之實作研究—以分數乘、除法為例。台灣數學教師 (電子) 期刊, 20, 17-40。
- 蘇意雯 (2004)。數學教師專業發展的一個面向：數學史融入數學教學之實作與研究 (未出版之博士論文)。國立臺灣師範大學，臺北市。
- 蘇意雯 (2007)。運用古文本於數學教學—以開方法為例。台灣數學教師 (電子) 期刊, 9, 56-67。
- 蘇意雯 (2011)。國小階段之數學史素材設計初探。科學教育研究與發展季刊, 62, 75-95。

- ATEE-RDC 19 (2003). Scenarios for the future of teacher education in Europe. *European Journal of Teacher Education*, 26(1), 21-36. doi: 10.1080/0261976032000065616
- Barbin, E. (2000). Integrating history: Research perspectives. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 63-90). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1_3
- Bransford, J., Hasselbring, T., Barron, B., Kulewicz, S., Littlefield, J., & Goin, L. (1988). Uses of macro-contexts to facilitate mathematical thinking. In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 125-147). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates & National Council of Teachers of Mathematics.
- Cautreels, P. (2003). A personal reflection on scenario writing as a powerful tool to become a more professional teacher educator. *European Journal of Teacher Education*, 26(1), 175-180. doi: 10.1080/0261976032000065742
- Clarke, D., & Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model of teacher professional growth. *Teaching and Teacher Education*, 18(8), 947-967. doi: 10.1016/S0742-051X(02)00053-7
- Fasanelli, F. (2000). The political context. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 1-38). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1_1
- Fauvel, J., & van Maanen, J. (Eds.) (2000). *History in mathematics education: The ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2003). History as a crossroads of mathematical culture and educational needs in the classroom. *Mathematics in School*, 32(1), 37-41.
- Gerofsky, S. (1996). A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16(2), 36-45.
- Goffree, F., & Dolk, M. (Eds.) (1995). *Standards for primary mathematics teacher education*. Utrecht, The Netherlands: NVORWO/SLO.
- Grugnetti, L. (2000). The history of mathematics and its influence on pedagogical problems. In V. J. Katz (Ed.), *Using history to teach mathematics: An international perspective* (pp. 29-35). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Jahnke, H. N. (1994). The historical dimension of mathematical understanding: Objectifying the subjective. In J. P. da Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 139-156). Lisbon, Portugal: University of Lisbon.
- Jaworski, B. (2001). Developing mathematics teaching: Teachers, teacher educators, and researchers as co-learners. In F. L. Lin & T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 295-320). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/978-94-010-0828-0_14
- Jones, A., & Oliff, J. (2006). *Thinking animation: Bridging the gap between 2D and CG*. Boston, MA: Thomson Course Technology.
- Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press. doi: 10.1017/CBO9781139171472

- Lerman, S. (2001). A review of research perspectives on mathematics teacher education. In F. L. Lin & T. J. Cooney (Eds.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 33-52). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/978-94-010-0828-0_2
- Nagaoka, R. (2000). Non-standard media and other resources. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 329-370). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1_10
- National Council of Teachers of Mathematics (1986). *Professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: Author.
- Schubring, G. (2000). History of mathematics for trainee teachers. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 91-142). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1_4
- Siu, M. K. (1993). Proof and pedagogy in ancient China: Examples from Liu Hui's commentary on Jiu Zhang Suan Shu. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 345-357. doi: 10.1007/BF01273370
- Snoek, M. (2003). Guest editorial: Scenarios as a tool for reflection and learning. *European Journal of Teacher Education*, 26(1), 3-7. doi: 10.1080/0261976032000065599
- Solomon, Y., & O'Neill, J. (1998). Mathematics and narrative. *Language and Education*, 12(3), 210-221. doi: 10.1080/09500789808666749
- Thomas, R. S. D. (2002). Mathematics and narrative. *The Mathematical Intelligencer*, 24(3), 43-46. doi: 10.1007/BF03024731
- Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 201-240). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/0-306-47220-1_7
- Viebahn, P., & Hilton, G. (2006). Education the way ahead? An evaluation of a pilot course on scenario writing. *European Journal of Teacher Education*, 29(2), 127-144. doi: 10.1080/02619760600617268
- Weeks, C. (2003). Stories. *Mathematics in School*, 32(1), 43-46.

陳琍淑 (2014)。
以實務性數學教學提升職前幼教師專業成長。
臺灣數學教育期刊，1 (2)，53-81。
doi: 10.6278/tjme.20140904.003

以實務性數學教學提升職前幼教師專業成長

陳琍淑

臺南應用科技大學師培中心

本研究以實務性數學教學提升職前幼教師數學教學專業成長，並結合質與量的方法探討教學成效。研究對象為 54 名選修「數學課」的師資生，他們接受十五週的介入教學。教學一開始先引入生活實務，再從操作中加強數學概念，並引導他們將所學習到的內容轉化為幼兒數學教學，以提升幼兒數學教學專業能力。本研究以訪談與文件分析蒐集資料，並在教學前後實施數學知識與態度量表，以瞭解實務性數學教學成效。研究結果發現經實務性數學教學後，職前幼教師的數學教學專業知識及態度均獲得提升，並在學習過程中體驗到數學在生活中的實用價值，而研究結果將作為師資培育課程與教學參考。

關鍵詞：幼兒數學、實務性數學教學、職前幼教師

Chen, C. S. (2014).

Practical Mathematics in Promoting the Professional Development of Mathematical Teaching for Preservice Kindergarten Teachers.

Taiwan Journal of Mathematics Education, 1(2), 53-81.

doi: 10.6278/tjme.20140904.003

Practical Mathematics in Promoting the Professional Development of Mathematical Teaching for Preservice Kindergarten Teachers

Ching-Shu Chen

Tainan University of Technology Center for Teacher Education

This study applied practical mathematics in promoting professional mathematical teaching for preservice kindergarten teachers. The research involved combining qualitative and quantitative methods to explore the effectiveness of practical mathematics instruction. The subjects were 54 student teachers who were part of a mathematics class. All of them received the intervention of “practical mathematics instruction” for 15 weeks. The research was designed to promote regular daily practice of mathematics teaching, to strengthen mathematical concepts by using practice-based materials, and to enable preservice kindergarten teachers to apply their mathematics learning in teaching children mathematics. The results indicate that the intervention benefitted preservice kindergarten teachers, whose knowledge and attitudes toward teaching preschool mathematics exhibited a favorable change. Using the invention, preservice kindergarten teachers could experience the value of mathematics in daily life; furthermore, they applied the mathematical knowledge that they acquired through instruction to the mathematics that they taught to young learners through regular daily practice. The results warrant further discussion.

Keywords: childhood mathematics, practical mathematics instruction, preservice kindergarten

Corresponding author : Ching-Shu Chen , e-mail : tg0002@mail.tut.edu.tw

Received : 31 January 2014;

Accepted : 4 September 2014.

壹、緒論

近來數學教育不斷的改革，努力將數學落實在公民素養中，人人都能學數學（National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989），可見數學的重要性。在幼兒數學教育方面，坊間紛紛出版多種數學教材供幼兒學習，顯示幼兒數學被重視的程度。但過去的幼稚園課程標準（教育部，1987）把數學、社會和自然並列在「常識」領域中，新的幼稚園教保活動課程暫行大綱（教育部，2012b）又把它與自然和文化列在「認知」領域中，成為邊緣學科。而在幼教師資培育課程中，它只是一門兩個學分的選修課，選修的學生不多，因為在所有學科受歡迎的排序中，數學並不是被喜愛的科目（Epstein, Mendick, & Moreau, 2010）。根據過往研究發現職前幼教師對數學及數學教學抱持負面態度，如 Schuck 與 Grootenboer（2004）的研究發現小學職前教師具有避開教數學的態度，而有的職前幼教師甚至對數學的預備課程也持相同的態度（Davies & Savell, 2000；Rech, Hartzell, & Stephens, 1993）。

從過去職前教師的研究中得知，每位職前教師在進入師培機構以前，已經對教學持有特定的看法，過去的經驗影響到他們對課程與教學的詮釋和學習（Calderhead & Robson, 1991）。數學態度的養成始於幼年階段（Cross, Woods, & Schweingruber, 2009），若職前幼教師對數學存有負面態度及不會教數學，再加上師資培育課程忽視數學教育，將影響到幼兒學數學學習機會。因此若能在師資培育階段提升職前幼教師學習數學動機及教學能力，將有助於學童奠下數學教育的基礎。Skemp（2006）認為師資培育階段是建立正面態度的關鍵期，透過課程與教學可提升職前幼教師的學習動機與數學教學能力，同時，將有助於幼兒獲得完整學習及數學進深學習的機會。

職前幼教師需要厚實的專業知識為基礎，除了具有專業數學知識外，也需要瞭解幼兒學習數學的特質，以幫助幼兒明白重要的數學概念，並成功的傳遞數學知識，勝任數學教學。Scracho 與 Spodek（2006）認為師資的培育機構，應提供豐富及合適的教學實務及幼兒發展的基礎知識，以培植職前幼教師教幼兒數學的實力。因此，師資培育課程宜因應幼兒教學實務現場需求，兼顧知、情、意的學習，建立職前幼教師數學專業知能以利幼兒數學教學。為此，本研究提出從師資培育課程著手，以「實務性數學」教學促進職前幼教師數學教學專業成長，並探討「實務性數學」教學實施後，職前幼教師的數學知識、數學教學知識、數學教學能力與數學態度是否提升。因此，本研究目的如下：

- （一）探討職前幼教師「實務性數學教學」設計與實施。
- （二）探究實施職前幼教師「實務性數學教學」成效。

貳、理論架構

一、實務性數學教學理論

實務性數學教學理論基礎來自真實數學教育及生活數學。真實數學教育（Realistic Mathematics Education, RME）所倡導的數學學習必須與社會真實相連結，以貼近學習者生活脈絡（Freudenthal, 1971, 1973）的方式提供數學學習的機會；生活數學強調解決生活問題、脈絡問題或真實世界的問題為主的學習。De Lange（1996）指出增進數學學習應以一般問題的解決能力與態度為中心，超越數學領域或日常生活中的問題解決，整合問題進入數學教學活動中，以增進數學的實用性，提升數學的學習態度。此外，van Putten、van den Brom-Snijders 與 Beishuizen（2005）認為以真實的問題為內容，以學生非正式的方法解題，在課堂中藉由討論獲得不同解決問題的策略，能夠提升學習者的能力與興趣。當實務性數學指生活中的數學或真實性的數學時，表示是用數學來檢驗不同的實務（Greiffenhagen & Sharrock, 2008）。另外，真實數學的論點是將數學視為人類的活動，數學是從做數學（doing mathematics）中獲得的數學學習（Freudenthal, 1971），讓學習者更能感受到與周遭環境產生意義，將真實情境作為學習數學的起點（林碧珍，2003）。因此，實務性數學教學以情境學習為主，在真實活動中透過主動探究與摸索的過程而獲得的（Brown, Collins, & Duguid, 1989）。

二、實務性數學課程

（一）實務性課程理念

實務性數學教學是因應教學實務需求而形成。就課程層面而言，實務性數學課程在整合學習經驗使學習者能有效的學習，因為數學學習考量到教室層面的實務。教師作課程決定時必須對學習者、學科內容，以及脈絡因素充分掌握（甄曉蘭，2001）。

以實務性數學教學作為師資培育課程的內涵時，除提升職前幼教師的數學教學專業外，也反應幼兒數學教學實務。當前的幼兒數學教學型態，配合多樣化的幼兒教學模式，形成重視數學學科或強調連結其他領域發展數學教學的爭議（阮淑宜，2011）。重視數學學科教學，內容採用螺旋式的組織課程方式，包含大領域數、量、形及邏輯概念，這種以學科為主的教學忽略幼兒認知發展與學習動機，教學被視為只是傳遞數學知識而已。由於學習者年幼，以情意為重則強調教學應以「兒童」為中心，課程與教學聚焦在引發幼兒興趣，而數學知識的學習應考量幼兒認知發展與學習動機。前者以智性為主的課程與教學，強調數學教學不能忽略數學知識的結構性與完整性，因為數學是一門邏輯性嚴密的學科。後者以兒童為中心的數學教學受到統整課程的影響，強調數學應連結其他領域，配合園所「主題」發展進行教學，重視幼兒的學習興趣，結合幼兒的經驗教學。但會因配合「主題」教學，數學知識失去完整性，甚至發生無法配搭「主

題」教學的情形。這種教學模式太廣博，與重視數學學科太專精的模式形成對比。

這兩種教學取向也反應出教師對幼兒數學教學的信念。視數學教學是數學知識的傳遞而言，屬傳統學科的靜態觀，強調數學的技能與知識是透過教師傳遞給學習者，數學是嚴緊且有系統的知識，數學知識有其指定的規則，有其精確的標準、速度與記憶的規定(Perry, Tracey, & Howard, 1999)。以兒童為中心的數學教學，主張學生是主動的參與數學，他們以學習經驗透過建構自己的意義挑戰既存的知識(Anderson, 1996)。本研究提出實務性數學教學為要調和兩者歧異，因應實務現場所需，並提升職前幼教師的數學教學專業成長。

(二) 實務性數學課程實踐

由於近來課程發展重視學習主體性，倡導「教師是課程設計者」也是「研究者」的角色，教師在課程決定上有其自主權，以培育職前幼教師幼兒數學教學能力，讓數學課程朝向統合學科知識的結構性及學生的心理性，並掌握學生的經驗以及學科內容的關聯性(甄曉蘭, 2001)。實務性數學教學模式是一種統合課程模式，在傳遞數學時落實在生活化、操作及遊戲的活動中，兼顧系統知識的學習。由於職前幼教師在數學教育中扮演幼兒數學學習者的角色，更是未來幼兒數學的教師，必須學習連結生活中的實務從事數學教學，將學習者生活中所接觸到的人事物，作為教學題材引入正式數學教學。由於幼兒數學教學宜透過生活或實際情境的參與或引導，活用知識、掌握知識及應用知識在生活中，因為抽離情境的概念學習方式，無法學到知識的實用性(幸曼玲, 1995)。因此，本研究的實務性數學課程強調引入真實數學與生活數學理論，在實踐課程教學時，從生活脈絡中學習數學與數學教學，並體驗生活中真實數學的實用性。

實務性數學教學將調和上述兩種不同的取向的教學觀，以統整學術與生活實務成為教學內涵。Moschkovich(2002)認為可將生活及數學的實務當作數學課堂發生的模式，因為學校的數學考慮生活實務，生活數學中有學生與教師參與在其中，在設計教學活動時，先由生活數學作為學童的學習內容，再連接數學知識的學習獲得數學概念作推理。因此，建議課堂教學的優先順序為先由成人引入學校校外的活動或生活中的問題，再教正式數學的猜測、論證及抽象推理與一般化，可以達成Park與King(2007)所主張的生活數學與數學學科知識取得平衡，學習動機與數學學科知識都受到重視。

基於上述，本研究結合真實數學與生活數學理論，提出實務性數學教學作為師資培育數學課程與教學的依據，並透過設計的教學活動，將真實數學傳遞給師資生，師資生學習再將所學的轉化為幼兒數學內容與活動。這個模式包含抽象的理論數學知識與概念，還得兼顧以實務經驗為主的活動歷程，而本研究的教學對象是帶有數學負面經驗的職前幼教師，又具有學習的自主性，在此模式運作下，他們所持的數學態度為何，這些將檢驗實務性數學教學的可行性。

(三) 實務性數學課程組織

課程組織是指教師教學選擇課題和組織教學。根據研究發現教師的數學知識會影響教學信念 (Ball & Bass, 2000)，而教學信念會決定教師的教學方式。教師教學要有獨特的學科知識滿足學習者的學習興趣，開展教學活動 (Ball, Thames, & Phelps, 2008)。實務性數學課程組織以統合方式將生活數學納入數學教學中，除顧及學習者的情意因素外，也看重專業知識，使師資課程內容組織具有系統性。因此，本研究將課程與教學實務連結，銜接相關的知識與經驗，以反應幼兒數學學習內容及組織學習內容，使得職前幼教師能夠理解整體的知識，而非片段的學習。

師資培育課程應納入幼兒數學內容的重要知識。在幼稚園課程標準中，在「數與量」方面包括數與量中物體的單位名稱、順數與倒數、辨認零至十的阿拉伯數字、知道十以內數的順序及十以內的合成與分解；在「形」方面有認識基本圖形，包含認識正方形、三角形、長方形及圓形等。至於教保活動課程大綱中所列出的幼兒數學內容，在「數與量」方面包含唱數、計數及十以內的合成與分解；而在「形」方面有空間位置及認識基本圖形與創作。各項數能力的發展有其順序性及關聯性，如幼兒會唱數和計數，保留概念、排數字卡、合成分解等數概念項目 (陳俞君, 2003)。

根據研究發現因幼教師不喜歡教數學，對幼兒數、量、形的啟發與教學確實是幼兒園教師較為缺乏關注的部份 (陳品華、陳俞君, 2006；陳彥廷、柳賢, 2005)。師資培育課程為改善現況，將具邏輯性的數學知識連結經驗性的活動，兼顧邏輯性與心理性組織內容，以實務性數學教學培植職前幼教師的教學能力。在「數與量」的內容上，從基本的唱數、計數建立數概念，再由數的關係，認識基數與序數、奇數與偶數的不同，理解加、減、乘、除的關係，最後會運用遞加、遞減及整體與部分的關係做十以內的運算。在「形」內容方面，從空間概念開始，在幼兒進入抽象幾何圖形的學習前要有感覺、觀看、建構、分解或探索圖形之間關係及圖形改變的機會，不忽略對於學習幾何圖形所蘊涵在其中的空間定位、空間知覺及視覺等複雜心智運思能力的培養。

因此，本研究將數學教學內容分兩部分，一為「數與量」，另一為「形」，包括空間與圖形。每一部分各有六個相關項目的數學主題。本研究在組織課程內容時，考慮到課程比重的適當性，期待能在一個具平衡性的課程中，職前幼教師可以有機會熟悉知識、內化知識且運用知識。職前幼教師能在實務性數學教學下，學科知識及學科教學知識一起提升。

三、實務性數學教學模式

實務性數學教學模式強調如 Freudenthal (1991) 所主張，數學教育應該「引導」學生經由做數學，有「再發明」數學的機會。因為數學是人類的活動，教學的重點在數學必須與真實情境連結。Freudenthal (1971, 1973) 認為數學行動才是數學的起點，透過解題、尋求問題與組織

數學知識應用在實際生活中。換言之，實務性數學教學活動應該是從事做數學(doing mathematics) 以求組織化(organizing)或是數學化(mathematizing)。由於職前幼教師未來的教學對象是幼兒，幼兒的學習型態以感官具體操作為主，師資培育的課程應以實務性數學教學提升數學教學專業成長，而實務性數學教學發展方向如下：

(一) 連結真實情境的數學引發學習興趣

實務性的數學教學能連結真實情境的數學學習。對於數學學習動機低的職前幼教師，最好的方式就是提供與他們生活情境相類似的議題討論，減少理論論述，例如荷蘭真實數學教育的計畫中(Realistic mathematics Education) 秉持著 Freudenthal (1973) 的教育哲學理念，讓學習者一開始的學習，就在真實與問題情境中，由教師引導探索數學概念之間的關係(Bishop & Forgasz, 2007)。因此，實務性數學教與學，即給予學習者實作機會培養知識應用的能力，有效的提升師資生教育專業知能(Haefner & Zembal-Saul, 2004)。

(二) 實務性數學教學以數學知識為基礎

教師數學知識影響教學與學生的成就(Ball & Bass, 2000)。數學教學的任務需要數學知識與技能，界定教師專業的角色也往往在於學科知識(Ball et al., 2008)，故實務性數學教學強調數學知識及數學教學知識的重要性。數學教學除兼顧邏輯性與心理性，還須瞭解數學內容的事實，探究知識之間的關係，由職前幼教師扮演知識的傳遞者，在學習數學過程中學會幼兒數學知識與教學知識。

(三) 提供學習者相互學習學習機會

實務性數學教學提供學習者合作學習的機會。參照 Boaler (2003) 從事數學課程改革，提倡教學中尊重所有學習者的數學看法，讓學生以團隊學習數學的方式，共同探測數學。這啟示本研究設計職前幼教師以團隊學習的方式，經由教室言談的參與活動，瞭解數學實務在教學上的重要性，而認同數學的價值性。

本研究針對數學非優勢之職前幼教師所設計的數學教學，儘量引入生活情境議題作討論，並且在實作學習中與同儕討論的方式完成數學作業，也透過團體同儕互動，理解數學原理原則的實用性，進而察覺數學概念之間的關係，以發展數學實務教學模式。因此，本研究提出的實務性數學教學將不同內涵的數學，統合真實性及生活數學實用性的特質，使數學學習的內容更為學習者所接受。

四、相關研究

(一) 實務性數學教學研究

實務性數學教學以學生學習為主。相關的研究有 Boaler (1997, 2002, 2003, 2006) 在英國以不同方式改變課程的實務幫助學生理解數學，由學生的觀點來建構數學概念，讓學生視自己是數學的學習者，發展出不同的解題途徑，提供不同論證的作業。Boaler 在 1997 年的研究是從課堂實務著手，讓學生理解數學概念，課程的重點放在解題而不是程序性的知識，學生運用所學的知識在不同的作業上；接著在 2002 年她把研究重點放在探討課堂更多數學連結的關係，讓學生看到數學在生活中的意義性及重要性，而能終久學習數學，亦即數學課堂活動的本質在於提供更多的機會給學生，讓學生把自己當作數學的學習者。

實務性數學教學連結生活數學，相關的研究在探討學生校外的數學活動，如 Saxe (1988) 研究學生校外數學解題的能力，發現他們的數學能力不輸給學校的學童。另外，Carraher、Carraher 與 Schliemann (1985) 比較學生校外每天使用的數學（賣糖果）跟學校數學表現，建議應把學生非正式的策略引入課堂的數學課中；Taylor (2004) 做幼童在真實生活中購物的研究，發現每天買東西的實務中可以用十進位數解題，也就是這些實務性的數學可以輔助課堂上基本數學概念的學習。從上述研究中啟示本研究，應用生活數學在學校數學教學中，將生活數學的內容依其知識的深淺難易不同加以組織排列，由淺入深、由具體到抽象、由思考到推理、由階層式或螺旋式的內容組織方式提供給學習者學習，而校外或生活數學因應脈絡需要，如購物解決立即性的生活問題，雖不如學校算式所講究的程序性，但其應用性大於理論性，具有邏輯性的步驟解題，對使用者而言卻是隱含著心智表徵活動或簡化的算術，可作實務性的解題。

(二) 實務性數學教學與師資培育研究

有關實務性數學實施成效的相關研究中，由「做」數學的觀點從事研究的有姚如芬、郭重吉與柳賢 (2001)，他們探討職前教師從實作中學習教學，研究發現透過實作確能有助於職前教師學習教數學，從發現特定的數學教學問題到解決問題的過程中，產生一連串與研究情境有關的數學教學概念的改變。

結合情境教學的研究中，Grootenboer 與 Lowrie (2002) 從事三年的職前教師研究，在加入脈絡教學的數學課程實驗中，研究結果顯示經實驗教學之後，職前教師的數學態度改變，實驗第三年的表現比第一年的表現好。另外，由 White、Way、Perry 與 Southwell (2006) 針對職前教師數學態度、信念與成就的研究中，將數學信念分成對數學的看法及對數學教學的看法而形成的態度，研究發現數學態度可以因介入教學而產生改變，且職前教師的態度、信念及成就三者的相關高。因此從上述的研究中，得知在職前教師階段以介入教學或課程實施，可提升職前

教師數學專業知識與態度成長。故上述研究啟示本研究擬設計實務性數學教學提升職前幼教師的數學教學專業成長，並瞭解其實施成效。

參、研究方法

一、研究設計

本研究為探討實務性數學教學實施情形與成效，採用質量並重的方法。量的研究方面，在實務性數學教學前後對職前幼教師實施前、後測，測驗內容包含數學知識量表與數學態度量表。而在實施前測之前，先調查師資生對數學看法及何時放棄學習數學。在質的方面，以觀察、訪談及文件分析等方式蒐集職前幼教師學習情形。此外，在實務性數學教學後，安排職前幼教師分組在課堂上試教，以進一步瞭解職前幼教師數學教學能力是否提升。

二、研究對象

本研究對象為 54 名選修師資培育課程數學課的師資生，他們選課的動機是為補修學分而來。為瞭解職前幼教師的數學態度，在介入教學之前先調查他們的數學態度。調查結果顯示對數學不感興趣的人數，在 54 人當中除了 5 位未表示意見外，其餘 49 名都不喜歡數學，有 90.74% 的師資生不喜歡數學。再調查他們何時放棄學數學，大多數的師資生表示在中學階段就放棄學數學，54 名當中有 29 人 (53.7%) 在國中階段放棄學數學，而 12 人 (22.2%) 在高中放棄學數學，也就是大約有 75.9% 的人在中學階段就不喜歡學數學。探討原因發現大部分的人在求學過程中，就有數學失敗的經驗，學數學的經驗是負面的，如「每一次都要考試，努力之下分數都不理想，對數學漸漸不喜歡」(S24)、「因為國中的數學很難，每次考試都考不好，很不喜歡」(S41)、「總是在考試，考不完的試，越考越不好，喪失信心...」(S47)、「常常無法理解數學題目的意思，會無法解題」(S48) 等，這些因素類似 Park 與 King (2007) 指出數學低成就的成因。

三、研究者

研究者負責預備課程及教學工作、尋找合適的量表作教學成效調查、批改學習心得，以及在教學完之後，撰寫教學日記作教學省思。心得評分的部分，研究者每週看完心得後加以評分，並另請兩位助理再評一次，使學習心得的評分取得一致。

四、教學設計

(一) 教學內容

實務性數學教學為提供職前幼教師未來能從事數學教學的能力，課程內容與教學活動越能貼近實務現場，對職前幼教師越有幫助。除了遵照課程標準及教保活動暫綱內容外，在選擇課程內容時，以幼教師比較常教的內容為主。前七週課程內容以「數與量」為主，著重在生活解

題，後七週課程內容以「形」為主，聯結生活中常見的圖形教學，列出十二個單元，而各個單元教學活動則參照並調整研究者曾在 2008 年到 2010 年間，與臺灣南部一所國小附幼教師協同合作教學共同設計及實施的內容。各教學單元與教學活動內容如表 1。

表 1

實務性數學教學內容與活動

課程主題	教學活動	課程主題	教學活動
1.數與量	生活故事	8.空間定位	路標定位找寶藏
2.數的關係—基數與序數	生日比大小	9.基本圖形	製作餅干的形狀
3.數的關係—奇數與偶數	喜慶數字成語	10.圖形基本概念	滾動與不能滾動
4.位值數—十進位	滿十與不滿十積點	11.圖形變化	地震來時
5.合成與分解（一）	生活費的分配	12.平面到立體（一）	轉動風車
6.合成與分解（二）	小雞找到母雞	13.平面到立體（二）	骰子的組合
7.空間定位	盲人走路	14.立體形體製作	創意大集合

（二）實施教學

實務性數學教學每週上課兩小時，十五週共 30 小時，最後兩週由職前幼教進行課堂試教。課程實施方式先由研究者教學，再由研究對象兩人一組實作與討論。教學活動強調職前幼教師先具有數學知識之後，再體驗數學存在生活中，並引生活實務入幼兒數學教學，課堂上提供教具與教材供職前幼教師操作練習。

（三）教學評量

職前幼教師在接受實務性數學教學之後，安排兩週的時間，以四或五人為一組的方式在課堂上試教。各組先經討論選定教學主題為「數與量」或「形」後，再設計活動及製作可操作或實作的教材，並進行長度為十五分鐘的教學。教學評量由各組與研究者依評量標準評分及評論，為避免教學評量的評語與內容產生很大的差異，研究者提供半年全時教育實習課程內涵與成績評量方式（教育部，2012a）中的幼教師資類科教育實習表現指標，列出幾項教學指標如掌握教學重點、熟悉並善用教學技巧、適切實施教學與學習評量等指標，再由研究者將這幾點整理為三大項：（1）教學目標，強調職前幼教師是否能依循「實務性教學」的目標教學；（2）教學策略，指職前幼教師是否應用所學的教學策略，包括運用生活議題解題或編情境故事引入教學、以實物操作教學、設計遊戲競賽教學；（3）教學評量，指教學中是否回應學習者的反應。各組依提供的指標加以口述及撰寫評論，研究者再將各組評論與研究者的評論加以整理簡化，檢查每一項是否達成目標計分，若達到教學所列的標準，計 2 分；部分達到的計 1 分，例如第四組以聖誕節為題材直接教算數量；未以生活動實務教學，如第六組只教數字運算，故以 0 分計，

三大項滿分為 6 分。

五、資料蒐集

資料的蒐集有量表調查、訪談以及每週職前幼教師的學習心得，並且有課堂筆記、課堂錄影等資料。每週的學習心得包括有結構性的問題及心得敘述。資料蒐集說明如下：

(一) 觀察與訪談

在訪談方面，分成個別訪談與團體訪談。個別訪談是指對研究對象在課堂中學習解題或學習心得的訪談，在每堂課上完之後，進行簡短的訪談；團體訪談是指與全班進行重要數學概念討論，例如討論奇、偶數在生活場景中是否常見，或是從奇偶數的學習中可學習進深概念有哪些等等。

在觀察方面，每堂課安排攝影教學，共錄十五週的影帶。事後觀察錄影帶的焦點放在職前幼教師對「實務性數學教學」的學習反應，從影帶中分析職前幼教師課堂學習、同儕互動、解題、操作及教學等情形。錄影的內容也可作為下一次訪談的內容或資料分析的參考。

(二) 文件

蒐集文件包括課堂筆記、每週學習心得，這些資料提供職前幼教師學習情形。

1. 課堂筆記

課堂筆記主要是讓職前幼教師記下學習數學內容，幫助他們瞭解所學的概念是否清楚。筆記中也記錄課堂中實作解題、同儕互動心得與創新的數學教學方法。

2. 每週學習心得

包含有量的問題以及質性的描述（學習心得），依階段的不同，而有不同的問題。其中學習心得的內容分成：

(1) 學科概念

為瞭解職前幼教師在當週是否學到正確的數學知識，設計問題如下。

這一週的課妳贊同幼兒數學應教與生活相關的「奇數與偶數」？

1.不同意		2.同意		3.很同意		請勾選 ✓
-------	--	------	--	-------	--	-------

計分方式，不同意為 1 分；同意為 2 分；很同意 3 分。

問題一、若妳同意，請寫出一個教「奇偶數」的生活數學活動。

問題二、「請列出這堂課妳學到什麼數學概念(請寫出課堂中所教的數與量概念?)」評分標準(1-3分):若能寫出該單元基本概念得 1 分,例如在「數的關係—奇偶數」單元,能寫出「辨識奇數、偶數的不同」(S1);能陳述該單元數學概念得 2 分,如「奇數無法平分、偶數可平分,即整除」(S43);能寫出該單元完整的概念得 3 分,如「學習奇偶數是為了預備未來學習乘、除

法，可學到倍數概念及平分的概念。」(S54)

(2) 同儕學習

從同儕的學習中，可以瞭解職前幼教師如何透過操作、解題及討論中加深概念及創作教學活動，像是在「這堂課中同儕互動的學習對妳的幫助是什麼？」(0-4 分)這個問題中，評分標準為與同儕無互動(0 分)、詢問(1 分)、互相操作校正(2 分)、討論教學(3 分)、創新即提出新的教學法(4 分)。例如，進行「尋寶」的遊戲時，自行訂定遊戲的規則，還要將規則詳細的解釋給對方聽，並在遊戲的過程中，協助對方配合規則完成遊戲(S48)，會評 4 分在於不只有彼此操作後瞭解遊戲規則，還會討論如何完成創新遊戲教學。

(3) 數學學習興趣

為瞭解職前幼教師在每週實務性數學教學後，對數學的學習興趣是否有提升，請他們用數字及文字描述回答下列問題：

數字(0-8 分)描述：每週學習後對數學的學習興趣為何？

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
上完這週的課，我對數學的學習興趣有幾分(數字愈多表示愈高)？									

也有開放性問題，像是「妳對這堂課的學習有何感想？」此類問題。

(三) 量表

1. 態度量表

數學態度量表的設計從預試建立量表的信度到施測，都遵照量表編製及施測的程序完成。本研究為瞭解實施實務性數學教學對職前幼教師數學態度的影響，引用及修改 White 等人(2006)所編製的職前教師數學態度量表。原態度量表的信度.88，有二十題。因為需要轉譯及考慮文化脈絡因素加以編訂。編訂完後，經過 109 人的預試，再經因素分析轉軸之後，確定二因子，一為「數學信念」對數學態度的因子，另一個因子有關「數學教學」學習與教學態度，含量只有.683。因此，再度刪除四題及再轉譯，試題信度達到.839，代表試題可以反應受試者對數學及數學教學的看法，並且量表的題目有反向題。數學教學信念四個因素包括有勝任能力，指的是對數學教學上的勝任感；反向題教學限制，指的是自己在數學教學上的限制與逃避；學科熟悉，指的是對數學教學熟悉度；價值感，指教好學生數學教學的價值感。數學教學勝任能力的題目敘述如「我一點也不怕教數學」、「我對數學教學方法有信心」、「當我要教數學時我不確定要教什麼」。至於，對數學看法的題目敘述如「數學是很有用的，所以我學數學」、「為了我將來的工作，我需要精通數學」、「我發現很多數學問題很有趣和令人興奮」；反向題敘述如「數學對我的生活不是重要的」、「我認為數學是我以後很少用到的一門科目」等等。

2. 數學知識量表

職前幼教師經由實務性數學教學後應具有幼兒數學知識與數學教學的概念。本研究使用建構內容效度，以雙向細目表的原理設計出數學知識量表。量表編制過程中，先建立專家效度，由擅長幼兒數學教學的兩位幼教師、兩位大學數學專家，及兩位師資培育教授審核量表，再依審查建議修改題目，再經預試職前幼教師（120 人）後決定題目與題數，原設計十六題刪掉兩題，正式的量表有十四題，供前、後測使用。數學知識的量表內容包含幼兒數、量、形的概念，「數與量」和「形」各七題，除數學知識外，包含幼兒數、量、形的教學知識。施測結果計分方式，以答對者計 1 分，答錯以 0 分計，例題如下。

例題一、當幼兒拿到糖果時，他一邊拿糖果一邊數，他拿一顆糖時就說 1，再拿一顆時說 2，這是用到點數原則的哪一項？（A）累加原則（B）交換原則（C）一對一原則（D）遞減原則。

例題二、圓柱體展開之後，有幾個面？（A）三個（B）四個（C）五個（D）六個。

量表施測方式採團體測驗，施測者為本研究之助理，共施測二次，分別在實施實務性數學教學前後，前後測時間相距十五週，施測時間為三十分鐘。

六、資料蒐集

（一）研究信、效度的建立

質性資料的蒐集與分析以不預設立場的態度，用三角校正的方法蒐集與分析資料。將「資料來源」與「分析者」的三角校正建構本研究信度。關於資料來源的三角校正，本研究共蒐集五種不同資料來源，如研究對象資料包括課堂筆記、每週的學習心得，課堂中的解題、上課的錄影以及訪談資料，並藉由交叉比對這些資料，建構研究結果。本研究在資料分析過程，如評分的部分是由研究者與二位研究生所組成的研究團隊共評，若有評分的差異，經討論後決定計分。若是內容有爭議處，則重新審視研究資料，持續反覆磋商，直到達成共識。如為瞭解 S54 態度是否改變不再排斥數學，研究團隊蒐集有關她的資料，重複討論分析。

R：S54 的改變跟第一次來上課的態度有何不同？

R1：我把作業 PO 教學平台時到快關平台時 S54 還沒交，但傳 mail 說她一定補交，剛開始都不交，後來還會貼圖表示很高興呢！

R：是不排斥交心得？

R2：看她的筆記及心得寫得很多，尤其兩兩一組的創作圖畫很多。

R：好像有改變，校對一下心得及筆記再看量表好了...

因此，在質性的資料分析有多種資料及評量者作多方面的校正，使資料的來源符合研究目的。

(二) 資料編碼

本研究蒐集的資料包含開放性的問卷，教學錄影、觀察記錄與訪談。每種資料轉錄成文字後，進行編碼。編碼如研究者：R；研究對象：S (S1-54)；日期：(月日)；觀察：O；訪談：I；問卷：Q；團體訪談：D；筆記：N；學習心得：L。

肆、研究結果與討論

本研究為達成研究目的將實務性數學教學實施分成三個階段探討：第一階段以連結生活實務為數學教學目標，納入學習者生活實務為數學教學內容；第二階段加強職前幼教師生活實務性數學教學策略，第一、二階段回應研究目的一；第三階段瞭解實務性數學教學的成效，則以職前幼教師教學評量及量表調查回應研究目的二。

一、連結生活實務教學為目標

實務性數學課程前五週強調數學連結生活實務為教學目標，從生活故事開始，再以數學解決生活實務問題，讓職前幼教師感受數學價值，理解數學的重要性，進而認同生活或實務數學作為幼兒數學教學的重心。

(一) 生活故事啟動教學

實務性數學教學先以「生活故事」引發職前幼教師學習數學的動機，開啟「數與量」第一個單元的教學。活動設計以兩人一組討論一天的生活作息，回想一天的開始到學校上課之間，所接觸到的數字及應用數學在生活中的情形。由兩人一組編成生活故事作分享，分享完之後，任選一組快速的重述前一組的生活故事，並提示正確重述故事的策略在於記錄數字，且能從活動中發覺生活中處處有數學：「早上聽到六點鬧鐘響，穿上一雙襪子，到 7-11 買杯 30 元咖啡及 20 元吐司，走過 3 燈的交通號誌，進入 604 教室等八點十分上課。」(S2-D0928)

在重述故事時，因為重述組運用數字作記錄，使故事重述的正確率達到 90%，而且以數字為主軸重述故事時，能有條理的排列出事件的先後順序，不混淆地還原故事的原貌。從活動中，職前幼教師學習到應用數學記錄生活軼事的技巧，不只覺得生活故事有趣，更可以體驗生活中處處有數學，感受數字真的很奇妙，他們回應「生活數學超有趣也超好玩！」(S54-L0928、S57-L0928)

(二) 數學生活化

實務性數學不僅強調數學內部的連結，且重視數學外部的連結，目標在於達到「生活數學化、數學生活化」的境界，運用數學解決問題。除獲得數學概念外，更讓學習者體驗到數學在生活中的意義性及重要性 (Boaler, 1997, 2002, 2003)。例如職前幼教師學習「合成與分解」基本概念時，必須理解「數的組成」是由兩個以上的各個數分成幾個數，而這幾個數合起來就是原來的數；「數的關係」是一個數和它分出的幾個數之間的關係，而分出來的數都比原來的數還要小 (陳彥廷, 2008)。為使「合成與分解」中「整體」與「部分」的概念更明確為職前幼教師所理解，輔之以樹狀圖說明整體與部分的關係，並讓每位職前幼教師實際動手運算，將個人每個月的生活費當成「整體」，再把不同花費的項目當部分呈現出來，如圖 1。

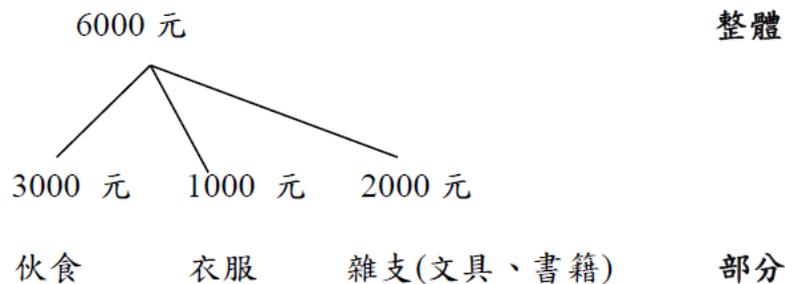


圖 1 S26-N1026 合成與分解樹狀圖

職前幼教師在分列生活費項目時，除明白合成與分解的「整體」與「部分」關係之外，也瞭解自己生活費分配的情形。這種數學生活化的方式讓他們很訝異到利用數的「合成與分解」，可以「作好金錢管理，節制自己亂花錢的習慣，而達到省錢的功用，真正不錯的方式。」(S40-I1026)

從實務性數學教學中，職前幼教師所學到數學概念能與生活經驗緊扣，發展出生活數學化，進而找到數學工具解決生活問題，就如 Lange (1996) 主張增進數學的學習應以一般的問題解決能力與態度為中心，超越數學領域或日常生活中的問題解決，整合問題進入數學教學活動中，增進數學的實用性，以提升數學的學習態度。

(三) 生活數學教學取向

經過五週實務性數學教學後，職前幼教師能認知數學實用性，並感受到以生活實務為教學的重要性。研究者為進一步瞭解職前幼教師經由實務性數學教學對幼兒數學的教學信念為何，以及是否贊同以生活或真實數學為幼兒數學教學目標，或以學習學科知識為主。因此，從前五週的學習心得中探討職前幼教師的幼兒數學教學取向 (1-3 分)。調查結果如表 2，顯示將近八成 (79.50%) 的職前幼教師贊同幼兒數學應以生活數學為教學目標。

表 2

職前幼教師贊成以生活數學為教學目標

週次	第一週	第二週	第三週	第四週	第五週	合計
總分	143	126	128	123	124	644
比例	88.27%	77.77%	79.01%	75.92%	76.54%	79.50%

註：人數：54 人；全贊同總分：162 分。

第三列是每週贊成的人數比例，如第一週 $143/162=88.27$ 表同意 3 分，共 54 人，全同意總分 162。

從表 2 數字顯示，職前幼教師贊同以生活數學為教學目標的比例，從第一週到第五週有逐漸下降的趨勢，但這種現象可藉由課程因素作解釋。因為從第二週起，職前幼教師在課堂上運算數字的次數多，如包括估算、運算、列算式及推導公式 $(N(N-1)/2 + N)$ ，這對職前幼教師而言較生疏，比不上對生活故事的敘說來得熱切，但職前幼教師認同生活數學對幼兒學習的重要性，認為幼兒從中學習也會比較有趣。因為「將數學融入生活經驗中，藉由具體的事物讓幼兒理解數學的概念，可以引導幼兒學會正確的觀念，並引起對數學的興趣，藉此提升往後數學學習的能力。」(S48-L0928) 在數學教學上，職前幼教師認為生活數學的教學比正式數學的教學重要，較能幫助幼兒學習數學，「不管是時間、物品、數量等都跟數學有關，幼兒不一定需要正式的數學課程，才可以接觸到數學，生活中就有很多的機會可以讓幼兒學到數學。」(S18-N0928；S33-I0928) 因為透過連結生活教數學，幼兒才能感受到數學的存在。職前幼教師贊同「透過實際生活所能碰到的數學經驗帶入教學，用實際的經驗讓幼兒體驗到數學。」(S29-D0928) 所以，職前幼教師教學取向贊成以生活或真實數學作為幼兒數學教學的目標。

職前幼教師從前五週的學習中，經歷如真實數學教育所強調的數學結合生活情境使學習數學更有意義。因為數學與有趣的內容交互，使生活數學與學科數學知識產生聯繫，除學習到數學知識外，也能理解數學的實用性，認同數學在生活上與培養邏輯思考上具有功能，更能從實作中體驗學習，具體化數學學習。在生活數學化的情境中，職前幼教師數學教學信念肯定幼兒數學的教學應由生活數學引入帶出數學概念，先引起數學學習興趣之後，再強調幼兒數學概念的學習，如 Moschkovich (2002) 所認為生活及數學的實務同在數學課堂發生。

二、實務性數學教學策略

第二階段是強化職前幼教師的實務性教學策略，將生活實務放入正式數學教學中，職前幼教師再把所學的數學轉化為幼兒數學教學。教學策略有(1)從生活情境中引入議題討論並解題，例如設計的活動有切奶油、生日比大小、生活費分配、路標定位及製作餅干形狀等；(2)提供教材實作建立抽象數學概念，如以雪花片作量的估算、數棒教十進位、七巧板學圖形變化等。同時，為加強教與學的能力，課堂上安排兩人一組的同儕討論，輪流扮演師生演練教學。因此，

實務性數學教學能連結生活經驗、以操作、體驗及演練教學，增進職前幼教師數學教學專業能力。

(一) 從真實情境引入議題作討論

實務性數學重視引起學習動機，及提供數學學習機會，在教室言談中探究、建構及辯證解題，並統整學科數學知識和生活數學。例如在「奇數與偶數」單元的教學上，讓職前幼教師在生活中發現奇偶數的存在，再共同驗證奇偶數的出現的情形，最後，學習如何教幼兒奇偶數。

在教學過程中，以「請問有哪些常在生活喜慶中被使用的祝賀詞與一到十的數字有關？人們較喜歡用奇數或是偶數來祝賀？」這個生活議題提問職前幼教師時，職前幼教師反應為「面對這些問題起初以為這跟數學課好像不相關。」(S57-L1012) 經思考之後，他們提出與偶數相關的成語有「雙雙對對」、「好事成雙」、「兩全其美」及「雙喜臨門」與「十全十美」等。接著他們發現與偶數有關的祝賀詞比較多，之後他們開始思考相對的奇數是不是也受歡迎，經過討論之後他們回答：「無獨有偶、三三兩兩、七零八落等，通常偶數相關的成語給人的感覺較為喜氣、圓滿；反而與奇數相關的成語就較為悲傷、孤單。」(S54-N1012) 他們覺得奇數實在不適合用來祝賀。同時，這也引起他們關切生活中奇數或偶數那一類出現比較多，為滿足他們的好奇心，他們決定「動手驗證一下，就可以查覺生活中存在著『奇偶數』或多或少的現象。」(S52-L1012)

因此，教學者提出讓職前幼教師帶入數字驗算的五種情境，分別為「奇數+奇數=奇數或偶數?」、「奇數+偶數=奇數或偶數?」、「奇數-奇數=奇數或偶數?」、「奇數-偶數=奇數或偶數?」與「偶數+偶數=奇數或偶數?」經過動手筆驗算的結果，他們發現偶數出現的情況還是比較多。透過這個活動他們認識到奇偶數是存在生活中，也體認將這些概念教給幼兒，幫助幼兒辨識奇偶數。實用數學教學策略就是透過具體事物的操作建立幼兒數學概念，因幼兒的學習需仰賴具體事物的操作建立概念，職前幼教師也須學習以操作為幼兒學習途徑教導幼兒學數學。

(二) 提供教材實作學習

職前幼教師經由實務性數學教學，學會運用技巧將所學的內容轉化為幼兒數學教學。實務性數學教學強調透過實物操作強化奇偶數概念學習，由於奇偶數概念對幼兒而言很抽象，必須以具體物來表徵幫助學習。同時，幼兒透過奇偶數的學習也可預備他們進入正式數學之前，先具有乘除的先備知識。

一般幼教師對奇偶數的教學，偏重讓幼兒記誦 2、4、6...是偶數，1、3、5...是奇數。本研究提出的教學方法，目的在讓幼兒學習奇偶數概念時能捨棄背誦，而能從操作中瞭解奇偶數的

原理。有鑒於幼教現場有不同的課程與教學模式，本研究提供三種不同的教學方法供職前幼教師參考，讓職前幼教師可以舉一反三的教學。以下三種奇偶數的教法，都需要先以數字卡排列出數字 1 至 10，再以籌碼或雪花片以兩兩並排的方式，排列出相對應的數量，使數與量相合（如圖 2-圖 4）。三種奇偶數的教法詳細說明如下：

1. 奇偶數教法一：餘數的概念



圖 2 奇偶數教法一的數字卡與籌碼排列示意圖

如圖 2，可發現當排列奇數的籌碼時，有一個籌碼會出現落單沒有伴（有餘數）的情形，而偶數是兩兩有伴不落單，例如，數字 3 相對應的籌碼因為剩一個籌碼沒有伴，所以數字 3 是奇數；數字 4 相對應的是兩兩有伴的籌碼，所以數字 4 是偶數。奇偶數教法一中，讓學習者可瞭解奇偶數的原理為偶數沒有餘數，而奇數有餘數。

2. 奇偶數教法二：整除、平分的概念



圖 3 奇偶數教法二的數字卡與籌碼排列示意圖

如圖 3，排列籌碼後，從中間畫一直線下來，即可判斷奇偶數，這是蒙特梭利的教法。畫一條線表示平分、或相等分割的動作。此教法的原理在於不能平分的就是奇數，直線畫下來撞到中間的籌碼，就是不能平分，而能平分的是偶數。在教這個教法前，學習者會先運用實物操作，如拿一些珠子和兩個盤子，讓學習者一邊輪流在盤子上各擺一顆珠子，一邊口中說：「你一個、我一個。」，直到把珠子分完時，兩盤的珠子數量相等就是偶數，數量不相等就是奇數（石井昭子、岩田陽子，1998；Wolf，1996）。所以，此教法中，可以平分的數就是偶數，不能平分的數是奇數。職前幼教師對這種教法很感興趣。S36 認為這種教學法「蠻特別的！在幼兒園裡面小朋友數學就是最基本要學的，如果我學會以後就可以把這裡學的教學方法教給小朋友，數學蠻簡單的！小朋友也可以學到很多東西。」(S36-I0112)

3. 奇偶數教法三：乘法倍數的概念

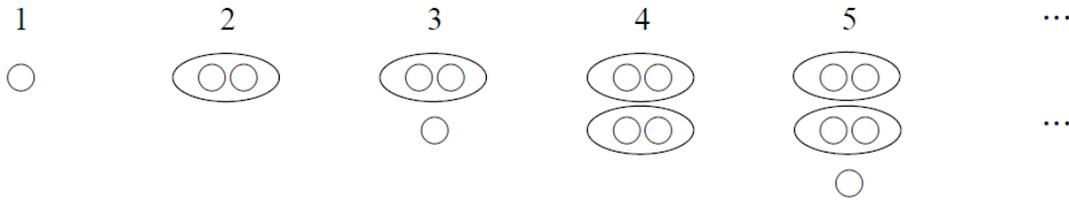


圖 4 奇偶數教法三的數字卡、籌碼與橡皮筋排列示意圖

如圖 4，以一條橡皮筋把兩個籌碼套在一起，數字 2 相對應的籌碼就會是將兩個籌碼套在一個橡皮筋內；數字 3 相對應的籌碼會只有兩個套進橡皮筋裡面，剩下一個不能套；數字 4 相對應的籌碼就是兩個、兩個套進兩條橡皮筋裡，共重複套二次（可表徵 4 為 2 的倍數）；6 則重複三次，以此類推，可以看偶數重複倍數表徵的情形。

以上三種奇偶數的教法，將除法的餘數、平分概念及乘法的倍數概念，透過實物操作示範教學將重要的概念呈列出來，有助於學習者瞭解數學概念及未來增進數學的學習。因此，以實物示範教學的方法，職前幼教師比較能瞭解如何運用具體教材教幼兒數學。另外，在進行其他單元的數學教學時，每堂課也會配合不同的單元提供教材協助職前幼教師操作學習，每堂課提供操作的教具，如表 3。

表 3
各堂課提供操作的教材

課程	教材	課程	教材
1.數與量（生活數學）	作息圖片	7.空間定位評量	圖畫紙、彩色筆
2.數的關係－基數與序數	雪花片、數字卡	8.基本圖形	積木、實物
3.數的關係－奇數與偶數	不同形狀塑膠片	9.圖形基本概念	積木、幾何扣條
4.位值數－十進位	古氏數棒	10.圖形變化	色紙、七巧板
5.合成與分解（一）	雪花片、古氏數棒	11.平面到立體（一）	骰子、色紙
6.合成與分解（二）	圖片、骰子	12.平面到立體（二）	角椎、圓椎、骰子
		13.立體圖形創作	圓紙筒、色紙

從操作學習中，職前幼教師每一週都有演練機會，從不同的教材提供操作下，職前幼教師體認到原來教幼兒數學不是只數字的計算而已，而是給予幼兒實際操作加深數學概念，同時，明白數學不單單是符號的運算，而是動手「做」數學。

實務性數學教學策略以學習動機為起點，引入生活議題連結數學概念作討論，再進入教學以解決生活問題為依歸，進行方式如 Boaler (2003) 設計學生團隊學習數學的方式共同探測數學，再以實作操作練習建立數學知識，並檢驗數學效用。

在實務性數學教學中，職前幼教師需要瞭解幼兒學習數學特性，教學時要與他們的生活世界形成連結，以適合幼兒的表徵方式教學，提升他們對抽象數學概念的理解 (White & Mitchelmore, 2010)。在實務性數學教學下，職前幼教師學習抽象的理論數學知識與概念，以及以實務經驗為主的教學活動，轉化為幼兒數學教學，並達到 Park 與 King (2007) 主張的生活數學與理論性數學宜取得平衡。

三、實務性數學教學成效

探討經過十五週實務性數學教學後，職前幼教師數學教學專業成長情形，本研究從職前幼教師的數學知識、數學教學知識、教學能力以及對數學態度等向度進行資料分析。

(一) 數學專業知識

職前幼教師在數學專業知識整體表現以及在職前幼教師的數學知識、數學教學知識表現為何，經由「數學知識量表」的前、後測，所得分數經統計 t 考驗，得知三者前、後測的分數達到顯著差異。在數學知識整體後測的平均數 (13.36) 高於前測的平均數 (12.17)；在數學知識前、後測方面，後測平均數 (7.48) 高於前測平均數 (6.04)；在數學教學知識前、後測，則後測平均數 (5.31) 比前測平均數 (4.69) 高，顯示經過實驗教學增進職前幼教師的數學專業知識，資料如表 4 所列。

表 4

職前幼教師數學專業知識前、後測比較

變項	前測		後測		$t(54)$	p	95% CI		Cohen's d
	M	SD	M	SD			LL	UL	
整體表現	12.17	1.58	13.36	2.24	3.68	.001	.54	1.83	1.00
數學知識	6.04	1.36	7.48	.85	7.75	.000	1.07	1.82	2.11
數學教學知識	4.69	.89	5.31	.886	2.99	.004	.21	1.05	.813

註：CI=信賴區間；LL=下界；UL=上界。

因此，經由上述資料得知，職前幼教師在數學教學的專業上，除專業學科知識成長外，也瞭解對數學知識的傳遞應兼顧邏輯性與心理性，並透過實務性數學的教與學過程中瞭解如何教幼兒數學。

(二) 實務性數學教學能力

職前幼教師經由實務性數學教學提升數學教學專業知識外，是否也學會連結生活實務運用教學策略，並能掌握教學狀況，為此本研究設計職前幼教師課堂演練教學，探究他們是否能在試教中依循「實務性教學」的目標、應用所學的教學策略教學（生活議題解題或情境引進教學、實物操作體驗教學）。

職前幼教師課堂演練教學是指將所學的透過理解、詮釋與同儕學習互動建構的教學理念，以分組試教的方式呈現出來，每組試教十五分鐘。試教的主題、教案及教材由各組自行決定與預備，如第二小組的教學教案為教幾何圖形平面與立體的不同，說明如下。

教學主題：平面與立體。

教學目標：幼兒瞭解平面和立體幾何的差別。

引起動機：以小短劇結合生活中發生的事情，當作引起動機。

有一位小朋友拿著兩樣東西把玩，分別是一張紙和一個積木，老師試問這兩者到底哪裡不同？這時出現一位平面先生與立體小姐的對話。平面先生問立體小姐為什麼她站得起來？立體小姐告訴平面先生說因為她有六個面，立體小姐帶著大家數是六個面。

教學活動：

活動一、會站與不會站的幾何圖形：

助教出現幫大家說明與複習紙〈平面〉和積木〈立體〉的差別，再試問如何製作積木〈立方體〉呢？請老師〈主教〉來幫我們變魔術。

活動二、立體魔術：

主教者帶入摺紙教學，製作正立方體。複習所教的數學概念。〈平面：只有一個面；立體：有六個面組成〉。

這組教學所得的評論為「數學知識是數學概念正確，適合幼兒學習實務生活教學；結合生活教學方法；利用短劇故事演出平面與立體差別，再實作；流暢性上雖然中間有停頓，但整體順暢」（G-D0115）。以下列出各組的課堂試教的三項標準得分，如表 5。

表 5

各小組教學內容與得分

組別	生活數學為目標	教學活動策略	教學評量
一	數與量	介紹圖形、剪圖形	無 (0)
二	部分融入生活實務教學 (2)	實物操作 (2)	讓學習者上台
三	立體與平面不同	認識圖形與形體以	分享平面與立體不同 (2)
四	認識生活中的圖形 (2)	故事、實物操作 (2)	完成地圖評量 (2)
五	教學上下左右	以小紅帽故事引入製地圖，	
六	與生活相關 (2)	尋找小紅帽家 (2)	
七	故事教數量和方向	聖誕老人找麋鹿算數量	綜合討論 (2)
八	部分生活數學相關 (1)	空間定位 (2)	
九	故事引導帶入圖形角、邊	圖形拼湊	帶討論回應圖形 (2)
十	聯想生活物件 (2)	給學習者創作圖形 (2)	
十一	數與量配對、算式	手指謠引入數與量	最後讓幼兒回應 (2)
十二	無生活數學 (0)	帶入合成分解 (0)	
一	基本圖形結合生活用品引起	從生活物品找圖形	適切評量瞭解
二	學生興趣 (2)	教材合適 (2)	幼兒學習狀況 (2)
三	以生活中的事物教 1-10 再帶	善用教學技巧	實際操作的評量
四	入合成與分解 (2)	引起學習動機與興趣 (2)	確定學生學會 (2)
五	將圖形結合生活的用品，達	不同圖卡與圖形結合	讓小朋友抽籤作評量
六	成生活數學教學 (2)	(0)	(2)
七	將圖形與生活中實務連結	帶入遊戲	無 (0)
八	(2)	學習圖形概念 (2)	
九	無 (0)	結合故事情境與遊戲	以圖的格子評量
十		加強上下左右概念 (2)	是否學會 (2)
十一	圖形與生活物品作連結	透過卡通人物教形狀	複習並瞭解幼兒
十二	跟幼兒生活經驗結合 (2)	帶入基本圖形 (2)	學習情形 (2)

註：括號中數字代表得分。

本研究為便於分析試教成果，將十二組分成前、後六組討論。前六組，每組五人，其中三組教數量（一組也教空間），一組教空間定位，二組教幾何圖形。而這六組中達到以生活數學為教學目標的有三組，另外兩組只有部分帶入生活數學，只有一組偏向學科教學。總計達成教學目標的六組得分為 9 分、教學策略得 10 分，以及教學評量得 10 分，總 29 分，達成率為 80.55%。後六小組，每組四人，其中一組教合成與分解、一組教空間定位，其餘的四組教幾何圖形。而這六組中只有一組未能掌握生活數學教學外，其餘五組都有與生活連結做教學。經試教結果分

析，在生活教學目標方面，後六組得分是 10 分、教學策略得 10 分以及教學評量得 10 分，三項共得分 30 分，達成率為 83.33%。

在教學策略上，後六組有的用幼兒能經驗到的生活物品，有的用生活情境引入幾何圖形或數量教學，至於掌握幼兒的學習反應只有一組未做到，其他五組的教學能對幼兒的學習作回應。原因如其中一位研究對象認為「我發覺我常會只顧著教，而忽略了評量，評量在教學中也是很重要的一環，可以知道學生是否學會，藉此思考是否需要調整教學方式？所以，我覺得多練習是很重要的，因為準備充分才會有把握、才不會那麼緊張，教學才能做得更完整。」(S48-L1102) 從 S48 的教學省思中瞭解到她肯定數學教學能力是可以透過練習培養出來。

就整體而言，十二組的教學成效都有達到 80% 以上，顯示實務性數學教學可以幫助職前幼教師掌握幼兒數學教學目標、使用多元的策略教幼兒學數學，提升職前幼教師的數學教學專業能力。因此，從職前幼教師的試教中得知，職前幼教師會運用多元的方式傳遞幼兒數學知識，並以所認同的幼兒數學來「做（實踐）」數學及「使用」數學，幫助幼兒能在生活脈絡中學習數學。

（三）數學情意態度轉變

職前幼教師經實務性數學教學後，是否數學學習態度形成改變，本研究從每週的心得及態度量表的調查可得知，說明如下。

1. 每週心得的回應

因為實務性數學教學共十五週，職前幼教師撰寫十三週的學習心得，後兩週進行教學評量。整理各週的心得資料如表 6 所列，資料顯示職前幼教師在接受實務性數學教學期間，數學學習興趣呈現持續增長的現象。

表 6

職前幼教師十三週數學學習心得回應

週次	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>N</i>	54	54	53	54	54	54	48	48	53	53	53	53	54
<i>M</i>	4.96	5.41	5.64	5.39	5.26	5.31	5.35	5.67	6.11	6.17	5.98	6.15	6.28
<i>SD</i>	1.60	1.37	1.42	1.43	1.52	1.27	1.26	1.26	1.13	1.05	1.08	1.09	.95

從統計研究對象的背景資料得知，職前幼教師對數學抱持負面的態度，調查他們何時放棄學數學，結果有 49 人（90.07%）在中學或更早就放棄數學，不喜歡數學。而在此情形下，職前幼教師在實務性數學教學期間，對數學的學習興趣，如表 6 所列有持續增長的情形，這與他們進入實務性數學教學的初始態度所有不同，相較之下他們的數學態度轉變，再由他們撰寫的心

得說明與初始態度不同的原因：

(1) 實務數學教學引發學習興趣

實務性數學教學對職前幼教師而言，從課堂學習到除獲得數學概念外，也幫助他們學習如何連結生活實務教幼兒數學，改變他們對數學學科刻板的印象。職前幼教師認為「這門課好玩！上完後讓我對數學不再那麼討厭，開始覺得它很有趣！課堂中除了能學到理論，還學到很多實際的教學方法，上完課後覺得收穫良多。」(S48-L9028)「課程內容讓我們瞭解數學在生活中的重要性，教學活動豐富且多樣性。」(S55-L0928) 研究者認為這是因為數學生活化，讓他們體驗到數學理論可以在生活實務中找得到。

(2) 實際操作理解數學

實務性數學教學協助職前幼教師透過真實操作理解數學，也從中發展出不同的解題途徑，加上教具教材提供操作，反比只教數學理論來得更吸引職前幼教師。他們反應「很喜歡這種上課方式，實際操作的學習，比理論容易學習和吸收。」(S59-L1207)「這學期上課上下來，感覺很充實，除了有理論方面的東西，還有很多活動讓我們可以實際動手做。」(S60-L1214) 加上「課程多元又好玩，尤其是還可以自己動手，覺得這樣的課程真的很棒！」(S18-I1238)

因此，職前幼教師經由實務性數學教學，而能對數學產生學習興趣，與初始的態度不同，職前幼教師認為「上課方式簡單易懂，而且上課也很活潑，輕鬆的方式學習，更能夠讓我快速學到很多東西，原本對於數學我很沒興趣，但上完課，慢慢的愛上了數學，更喜歡在生活中運用到數學。」(S56-L1109)

由於實務性數學教學強調數學在生活中的應用，消弭學科使人生畏的僵硬界線，職前幼教師感受到它的趣味性，而喜歡數學，「這門課讓我學到很多數學概念，卻不會有很大的壓力，我越來越喜歡上數學課，把數學搞懂並且加以運用。」(S61-L1221) 因此，從各週學習心得反應中，可以得知職前幼教師對數學態度跟原先的討厭數學的態度有所不同。

2. 態度量表的反應

除每週心得職前幼教師反應數學學習態度外，本研究在「實務性數學教學」前後，也對職前幼教師的數學態度從事調查，從「數學態度量表」的前、後測分數顯示，經統計 t 考驗，瞭解整體數學態度前、後測的分數達到顯著差異，後測的分數 (78.00) 高於前測 (71.59)，如表 7 所列。調查結果呈現整體態度反應，顯示職前幼教師的數學態度經介入教學之後產生改變。

由於「數學態度量表」包含數學態度與數學教學態度，再對照職前幼教師的初始態度（對數學抱持負面不喜歡數學），對態度量表的數學態度（對數學看法）的得分加以分析，發現職前幼教師經過實務性數學教學之後，對數學的看法前後測表現，經 t 考驗，發現兩者達到顯著差異。亦即職前幼教師認為「數學是很有用的」、「為了我將來的工作我需要精通數學」及「發現

很多數學問題很有趣和令人興奮」等題目的後測平均數（38.19）比前測（32.50）高，資料如表 7。

根據 Beswick（2005）的研究確認信念與態度相互影響，而本研究職前幼教師的數學信念與數學態度經過實務性數學教學都有提升。至於，在數學教學態度上，因為職前幼教師未到實務現場教學，在數學教學態度的前後測表現，未有明顯的改變，因此，這個向度可以在職前幼教師「教學實習」之後再作進一步探討。

表 7

職前幼教師數學態度前、後測比較

變項	前測		後測		<i>t</i> (54)	<i>p</i>	95% CI		Cohen's <i>d</i>
	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>			<i>LL</i>	<i>UL</i>	
整體表現	71.59	13.57	78.00	10.52	2.735	.008	1.71	11.12	.527
數學知識	32.50	8.44	38.19	4.78	5.47	.000	3.60	7.77	.83
數學教學知識	39.09	6.45	39.81	8.78	.462	.64	2.41	3.86	.093

註：CI=信賴區間；LL=下界；UL=上界。

實務性數學教學提升數學負面態度的職前幼教師數學教學專業成長，從生活情境中引入議題做討論，並且在實作中與同儕互動完成數學作業，連結生活經驗的教材，以操作、體驗取代概念分析，也透過同儕互動理解原理原則，進而察覺數學概念之間的關係，發展數學實務教學模式，如 Foote（2010）提出讓過去不被重視學習者的學習，因為多給他們有探索操作及同儕合作學習的機會，而建立數學能力，進而改變他們對數學的態度。因此，實施以實務為主的數學教學，職前幼教師對數學教學的看法改變，能體驗數學與生活連結產生經驗的重要性，建立正確的數學知識概念，認同數學的重要性而不排斥數學教學。

肆、研究結果與討論

一、結論

本研究為提升職前幼教師數學教學專業成長及反應幼兒數學教學實際，結合真實數學與生活數學理論，提出實務性數學教學作為師資培育數學課程與教學的依據，並透過設計的教學活動，將真實數學傳遞給師資生，師資生學習將所學的轉化為幼兒數學內容與活動。

本研究提出研究目的，其一研究目的在瞭解實務性數學教學實施情形。在十五週實施實務性數學教學的過程中，由課程組織有系統的傳遞數學知識，將生活中的實務當成背景知識，以聯結真實情境或生活脈絡為目標，從連結真實情境引發職前幼教師學習數學興趣，也瞭解幼兒數學「數學生活化，生活數學化」的重要性，讓職前幼教師體驗數學在生活中的實用價值，並

使生活實務的數學與學術性數學產生聯繫，從實作中體驗數學而具體化數學學習，且以實作的方式建立數學知識，透過同儕討論與練習下，累積幼兒數學教學能力，並在學習社群分組演練數學教學下，學習將生活中的事務轉化為生活數學，學習教幼兒數學。同時，在演練數學教學過程中，職前幼教師學會應用生活數學的教學策略，以生活議題帶入數學教學，以說故事、遊戲活動建構脈絡、學習環境及實物操作引發幼兒學習數學興趣。

其二研究目的在探討實務性數學教學的教學成效，經由實務性數學教學增進職前幼教師在數學教學專業成長。職前幼教師在數學專業知識上，無論在數學知識與數學教學都比未經實務性數學教學提升。而在數學態度上，師資生原本對數學態度抱持負面的看法，但在實施實務性數學期間，職前幼教師數學的學習興趣持續提升，在接受數學態度量表前、後測，發現職前幼教師的數學態度轉變。顯示，職前幼教師接受實務性數學教學之後，數學教學專業成長。因此，研究結果也達成本研究的目的，透過實務性數學教學，職前幼教師數學教學專業知能與態度形成改變。可知，實務性數學教學有助於職前幼教師數學教學專業發展。

二、建議

根據本研究發現提出以下幾點建議，供未來研究者及師資培育者參考。首先，實務性數學教學的研究對象雖不是立意抽樣來，但大部分都是對數學不感興趣的學生，雖然實施結果有其成效，但研究結果不能推論到一般的師資生。至於，實務性數學教學的時間只有一學期，為更進一步的瞭解教學成效，應增加教學時間，並將教學評量延伸到職前幼教師的校外教學，包括教學實習與教育實習階段，並追蹤師資生不同情境實務性教學實施成效。

由於影響教學成效的因素複雜，在量化資料的蒐集上，建議探討職前幼教師數學學習興趣提升的情形時，可延長實驗教學時間，並將教學時間分成不同的時段可以月或週分段，並採用不同的教學策略，整理蒐集的資料後，再以時間系列的統計方法探究職前幼教師數學學習興趣改變的趨勢。同時，進一步探討不同時段的教學與數學興趣的交互情形，更能瞭解職前幼教師學習態度改變的原貌。

參考文獻

- 阮淑宜 (2011)。幼兒認知領域：數學理論篇。載於蔣姿儀 (主編)，*幼兒園教保活動與課程* (頁 63-121)。臺北：五南圖書。
- 幸曼玲 (1995)。從情境認知看幼兒教育。*幼教天地*，11，13-36。
- 林碧珍 (2003)。生活情境中的數學。*新竹縣教育研究集刊*，3，1-26。
- 姚如芬、郭重吉、柳賢 (2001)。職前教師數學教學概念之初探：從研究實作中學習教學。*科學教育學刊*，9 (1)，1-13。
- 教育部 (1987)。*幼稚園課程標準*。臺北：正中書局。

- 教育部 (2012a)。半年全時教育實習課程內涵與成績評量方式。檢自 <http://140.111.34.54/files/download/B0036>。
- 教育部 (2012b)。幼兒園教保活動課程暫行大綱。檢自 <http://www.ece.moe.edu.tw/wp-content/uploads/2012/10/幼兒園教保活動課程暫行大綱含發布令.pdf>。
- 陳俞君 (2003)。營造幼兒數概念學習環境之研究 (I) (行政院國科會專題研究計畫報告, NSC 91-2521-S-242-001)。高雄縣：輔英科技大學。
- 陳品華、陳俞君 (2006)。幼稚園教師數概念教學知識之探究。《當代教育研究》，14 (2)，81-118。
- 陳彥廷 (2008)。數概念教學活動實踐中幼兒的表現分析：以「十以內合成與分解」為例。《科學教育研究與發展季刊》，51，60-90。
- 陳彥廷、柳賢 (2005)。前塵與展望：幼兒園幼兒數學教學之實際與反思。《華醫學報》，23，1-14。
- 甄曉蘭 (2001)。從課程組織的觀點檢討統整課程的設計與實施。《課程與教學季刊》，4 (1)，1-19。
- 石井昭子、岩田陽子 (1988)。《蒙台梭利教育：理論與實踐－算數教育》(吳旭昌、吳如玉譯)。臺北：新民。(原作出版於 1985 年)
- Wolf, A. D. (1996)。《一間蒙特梭利教室》(蕭麗君譯)。臺北：及幼文化。(原作出版於 1995 年)
- Anderson, J. (1996). Some teachers' beliefs and perceptions of problem solving. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in mathematics education (Proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia)* (pp. 30-37). Melbourne, Australia: MERGA.
- Ball, D. L., & Bass, H. (2000). Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In J. Boleaer (Ed.), *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics* (pp. 83-104). Westport, CT: Ablex.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. doi: 10.1177/0022487108324554
- Beswick, K. (2005). It depends on the students: Influencing teachers' beliefs about the ends and means of numeracy teaching. In P. Clarkson et al. (Eds.), *Building connections: Research, theory and practice (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, held at RMIT, Melbourne, 7th-9th July, 2005)* (Vol. 1, pp. 137-144). Sydney, Australia: MERGA.
- Bishop, A. J., & Forgasz, H. J. (2007). Issues in access and equity in mathematics education. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (pp. 420-464). New York, NY: Macmillan.
- Boaler, J. (1997). *Experiencing school mathematics: Teaching styles, sex and setting*. Buckingham, UK: Open University Press.
- Boaler, J. (2002). Learning from teaching: Exploring the relationship between reform curriculum and equity. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 239-258. doi: 10.2307/749740
- Boaler, J. (2003). When learning no longer matters: Standardized testing and the creation of inequality. *Phi Delta Kappan*, 84(7), 502-506.
- Boaler, J. (2006). Urban success: A multidimensional mathematics approach with equitable outcomes. *Phi Delta Kappan*, 87(5), 364-369.

- Brown, J. S., Collins, A., & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1), 32-42. doi: 10.3102/0013189X018001032
- Calderhead, J., & Robson, M. (1991). Images of teaching: Student teachers' early conceptions of classroom practice. *Teaching and Teacher Education*, 7(1), 1-8. doi: 10.1016/0742-051X(91)90053-R
- Carraher, T. N., Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (1985). Mathematics in the streets and in schools. *British Journal of Development Psychology*, 3(1), 21-29. doi: 10.1111/j.2044-835X.1985.tb00951.x
- Cross, C. T., Woods, T. A., & Schweingruber, H. (Eds.) (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press.
- Davies, N., & Savell, J. (2000, August). "Maths is like a bag of tomatoes": Student attitudes upon entry to an early years teaching degree. Paper presented at the Teacher Education Forum of Aotearoa New Zealand Conference. Christchurch, New Zealand.
- De Lange, J. (1996). Using and applying mathematics in education. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 49-97). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/978-94-009-1465-0_3
- Epstein, D., Mendick, H., & Moreau, M. R. (2010). Imagining the mathematician: Young people talking about popular representations of maths. *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 31(1), 45-60. doi: 10.1080/01596300903465419
- Foote, M. Q. (Ed.). (2010) *Mathematics teaching and learning in K-12: Equity and professional development*. New York, NY: Palgrave Macmillan. doi: 10.1057/9780230109889
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3(3-4), 413-435. doi: 10.1007/BF00302305
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Netherlands: D. Reidel.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China lectures*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greiffenhagen, C., & Sharrock, W. (2008). School mathematics and its everyday other? Revisiting Lave's 'Cognition in Practice'. *Education Studies in Mathematics*, 69(1), 1-21. doi: 10.1007/s10649-008-9115-7
- Grootenboer, P. J., & Lowrie, T. (2002). The affective views of preservice primary school teachers. In D. Edge & B. H. Yeap (Eds.), *Mathematics education for a knowledge-based era (Proceedings of the Second East Asia Regional Conference on Mathematics Education and the Ninth Southeast Asian Conference on Mathematics Education)* (Vol. 2, pp. 232-239). Singapore: Association of Mathematics Educators.
- Haefner, L. A., & Zembal-Saul, C. (2004). Learning by doing? Prospective elementary teachers' developing understandings of scientific inquiry and science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 26(13), 1653-1674. doi: 10.1080/0950069042000230709

- Moschkovich, J. N. (2002). An introduction to examining everyday and academic mathematical practices. In M. E. Brenner & J. N. Moschkovich (Eds.), *Journal for research in mathematics education: Everyday and academic mathematics in the classroom* [Monograph] (Vol. 11, pp. 1-11). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. doi: 10.2307/749961
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Park, R., & King, C. S. (2007). Culture, race, power and mathematics education. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp.405-433). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Perry, B., Tracey, D., & Howard, P. (1999). Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 11(1), 39-53. doi: 10.1007/BF03217349
- Rech, J., Hartzell, J., & Stephens, L. (1993). Comparisons of mathematical competencies and attitudes of elementary education majors with established norms of a general college population. *School Science and Mathematics*, 93(3), 141-44. doi: 10.1111/j.1949-8594.1993.tb12212.x
- Saxe, G. B. (1988). Candy selling and math learning. *Education Researcher*, 17(6), 14-21. doi: 10.3102/0013189X017006014
- Schuck, S., & Grootenboer, P. (2004). Affective issues in mathematics education. In B. Perry, G. Anthony, & C. Diezmann (Eds.), *Research in mathematics education in Australasia 2000 – 2003* (pp. 53-74). Flaxton, UK: Post Pressed.
- Scracho, O. N., & Spodek, B. (2006). Preschool teachers' professional development. In B., Spodek & O. N., Saracho (Eds.), *Handbook of research on education of young children* (pp. 423-439). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 12(2), 88-95.
- Taylor, E. V. (2004, April). *Engagement in currency exchange as support for multi-understanding in African-American children*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Diego, CA.
- van Putten, C., van den Brom-Snijders, P. A., & Beishuizen, M. (2005). Progressive mathematization of long division strategies in Dutch primary schools. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(1), 44-73.
- White, A. L., Way, J., Perry, B., & Southwell, B. (2006). Mathematical attitudes, beliefs and achievement in primary pre-service mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 7, 33-52.
- White, P., & Mitchelmore, M. C. (2010). Teaching for abstraction: A model. *Mathematical Thinking and Learning*, 12, 205-226. doi: 10.1080/10986061003717476